

# Estrategia de Control Discreto Particionado para el Seguimiento de Trayectorias de Referencia

Partitioned Discrete Control Strategy for Tracking Reference Trajectories

Bruno Vargas Tamani<sup>1</sup>

Facultad de Ingeniería Electrónica y Eléctrica, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú

**Resumen**— El presente trabajo presenta el análisis y simulación de una estrategia de control discreto. Esta estrategia considera una componente basada en el modelo discreto de la planta a controlar y una componente de control discreto adicional basada en el objetivo de control que consiste en lograr que la salida de la planta se iguale con una señal de entrada de lazo cerrado que determina la trayectoria deseada a seguirse en la salida. Esta última componente es llamada componente de servocontrol. Se realiza el estudio considerando una planta de segundo orden, sin considerar en un primer caso en el controlador la acción integradora y luego agregando esta componente. Se muestran los resultados de simulación obtenidos para varias señales de referencia de trayectoria.

**Abstract**— This paper presents the analysis and simulation of a discrete control strategy. Strategy considers a component based on the discrete model of the plant to be monitored and an additional discrete component based on the control objective is to ensure that the output of the plant is even with an input signal which determines closed-loop in the desired path to be followed in the output. This last component is called component of servo control. The study was performed considering a second order plant without considering in a first case in the controller the inclusive action and then adding that component. Shows the simulated results for various reference path signals.

**Palabras clave**— Trayectoria, control particionado, ley basada en el modelo, ley de servocontrol.

**Key words**— Trajectory, partitioned control, based on the model law, servo control law.

## I. INTRODUCCIÓN

En los sistemas de movimiento, caso de sistemas robóticos por ejemplo, se requiere que la salida del sistema siga una determinada trayectoria deseada.

Para lograr ese objetivo se plantean variadas estrategias de control [1]. Se puede encontrar información respecto a las estrategias de control particionado continuas, más con la contraparte discreta no sucede lo mismo. En razón que la implementación de estos controladores se realiza normalmente en forma discreta, planteamos el análisis de la estrategia de control particionado discreta considerando a una planta de segundo orden. Estas conclusiones son fácilmente ampliables a sistemas de mayor orden e inclusive a plantas con representación no lineal como es el caso de los sistemas robóticos. Se considera el caso de sistemas con débiles perturbaciones y el caso en que es necesario compensar el efecto de perturbaciones constantes o de baja frecuencia se considera una componente integral en el control.

## II. PARTICIONAMIENTO DE LAS LEYES DE CONTROL

### A. Componentes basadas en el modelo y componentes de servocontrol

Sin perder generalidad, consideremos una planta de segundo orden con función de transferencia continua:

$$G(s) = \frac{L\{y(t)\}}{L\{v(t)\}} = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

donde  $y(t)$  es la salida del sistema y  $v(t)$  su entrada, además  $K$  es la ganancia del sistema,  $\xi$  es su factor de amortiguamiento y  $\omega_n$  su frecuencia natural no amortiguada.

Se desea como objetivo de control que la salida del sistema  $y(t)$  siga una trayectoria de referencia representada por  $r(t)$ . Planteamos el problema de tal manera que el error  $e(t)=r(t)-y(t)$  tienda a cero cuando  $t \rightarrow \infty$ , es decir  $e(t \rightarrow \infty)=0$ . El análisis continuo de la estrategia de control particionada continua se puede

<sup>1</sup> Bruno Vargas Tamani. E-mail: bvargast@unmsm.edu.pe

encontrar en [1]. La versión discreta de esta ley basada en modelos discretos de entrada-salida requiere ser analizada. Realizamos el análisis discreto de esta ley de control.

Para controlar en forma discreta a la planta, se requiere utilizar el modelo de la planta con la anteposición de un circuito de retención de orden cero (ZOH), cuya representación para un periodo de muestreo  $T$  [2] a partir de (1) será:

$$G_{PZOH}(z) = (1 - z^{-1})Z\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = \frac{Z\{y(k)\}}{Z\{u(k)\}} = \frac{Y(z)}{U(z)}$$

$$G_{PZOH}(z) = \frac{b_1z + b_2}{z^2 + a_1z + a_2} \quad (2)$$

donde  $u(k)$  es la entrada discreta del ZOH.

El objetivo de control en la versión discreta se convierte en lograr que la salida discreta  $y(k)$  siga a la entrada de referencia  $r(k)$ . Podemos plantear una estrategia discreta de control que incluya una componente que considere el modelo discreto de la planta y otra componente que incluya la influencia de la señal de referencia  $r(k)$  para obtener una señal de error nula.

De (2) considerando condiciones iniciales nula, se obtiene:

$$z^2Y(z) + a_1zY(z) + a_2Y(z) = b_1zU(z) + b_2U(z)$$

$$z^2Y(z) = -(a_1z + a_2)Y(z) + (b_1z + b_2)U(z) \quad (3)$$

Sea la señal de control discreta transformada obtenida con dos componentes:

$$u(k) = u_1(k) + u_2(k) \quad (4)$$

de donde obtenemos:

$$U(z) = U_1(z) + U_2(z) \quad (5)$$

Si consideramos  $U_1(z)$ , la componente discreta que compensa la parte del modelo dada por:

$$U_1(z) = \frac{a_1z + a_2}{b_1z + b_2} Y(z) \quad (6)$$

La componente de la ley de control representada por (6) es la llamada componente basada en el modelo.

Entonces, reemplazando (5) y (6) en (3) obtenemos:

$$z^2Y(z) = -(a_1z + a_2)Y(z) + (b_1z + b_2)(U_1(z) + U_2(z))$$

$$z^2Y(z) = -(a_1z + a_2)Y(z) + (b_1z + b_2)\left(\frac{a_1z + a_2}{b_1z + b_2}Y(z) + U_2(z)\right)$$

$$z^2Y(z) = (b_1z + b_2)U_2(z) \quad (7)$$

Teniendo en cuenta que nuestro interés es lograr que cuando  $k \rightarrow \infty$  se consiga que  $y(k) = r(k)$ , debemos plantear el objetivo de control en términos de la señal de error discreto  $e(k)$  definida por:

$$e(k) = r(k) - y(k) \quad (8)$$

Según (7) la señal discreta  $u_2(k)$  se puede utilizar para lograr el objetivo de control que corresponde a obtener  $e(k \rightarrow \infty) = 0$ .

De (8) obtenemos:

$$Z\{e(k)\} = Z\{r(k)\} - Z\{y(k)\}$$

$$E(z) = R(z) - Y(z) \quad (9)$$

A partir de (9):

$$z^2E(z) = z^2R(z) - z^2Y(z) \quad (10)$$

Con (7) en (10):

$$z^2E(z) = z^2R(z) - (b_1z + b_2)U_2(z) \quad (11)$$

Podemos compensar la influencia de la referencia en la variación del error  $e(k)$ , si consideramos a  $u_2(k)$  con dos componentes:

$$u_2(k) = u_{21}(k) + u_{22}(k) \quad (12)$$

que en el plano  $z$  da la expresión:

$$U_2(z) = U_{21}(z) + U_{22}(z) \quad (13)$$

La primera componente  $U_{21}(z)$  de  $U_2(z)$ , se utilizará para eliminar el efecto de  $R(z)$  en (11). Sea:

$$U_{21}(z) = \frac{z^2}{b_1z + b_2} R(z) \quad (14)$$

De (13) y (14) en (11) obtenemos:

$$z^2 E(z) = z^2 R(z) - (b_1 z + b_2)(U_{21}(z) + U_{22}(z))$$

$$z^2 E(z) = z^2 R(z) - (b_1 z + b_2) \left( \frac{z^2}{b_1 z + b_2} R(z) + U_{22}(z) \right)$$

$$z^2 E(z) = -(b_1 z + b_2) U_{22}(z) \tag{15}$$

La última ecuación muestra la posibilidad que la componente de control discreta  $u_{22}(k)$  pueda manejar la variación del error  $e(k)$ . Para que  $e(k)$  sea representada por un sistema de segundo orden discreto, podemos elegir:

$$U_{22}(z) = \frac{1}{b_1 z + b_2} (K_1 z E(z) + K_2 E(z)) \tag{16}$$

donde  $K_1$  y  $K_2$  son constantes escalares.

Remplazando (16) en (15) obtenemos:

$$z^2 E(z) = -(K_1 z E(z) + K_2 E(z))$$

$$z^2 E(z) + K_1 z E(z) + K_2 E(z) = 0 \tag{17}$$

Esta última ecuación describe la variación del error discreto  $e(k)$  que corresponde a una ecuación en diferencias de segundo orden [2]. De acuerdo a (17), si elegimos adecuadamente las constantes escalares  $K_1$  y  $K_2$  de tal manera que el sistema (17) sea estable entonces para cualquier valor inicial  $e(0) = e(k=0)$  se conseguirá que el error se anule, es decir  $e(k \rightarrow \infty) = 0$ ; con lo cual la salida  $y(k)$  seguirá a la señal de referencia  $r(k)$ .

La suma de (14) y (16) en la ley de control, es la llamada componente de servocontrol.

La señal de control  $U(z)$  total se obtiene reuniendo las componentes dadas por (6), (14) y (16); de esta manera reemplazando en (5) y (15) se obtiene:

$$U(z) = U_1(z) + U_2(z)$$

$$U(z) = \frac{a_1 z + a_2}{b_1 z + b_2} Y(z) + U_{21}(z) + U_{22}(z)$$

$$U(z) = \frac{(a_1 z + a_2) Y(z) + z^2 R(z) + (K_1 z + K_2) E(z)}{b_1 z + b_2} \tag{18}$$

La señal de control discreta  $u(k)$  se obtendrá mediante una ecuación en diferencias que se deduce de (18):

$$(b_1 z + b_2) U(z) = (a_1 z + a_2) Y(z) + z^2 R(z) + (K_1 z + K_2) E(z)$$

$$b_1 U(z) + b_2 z^{-1} U(z) = (a_1 + a_2 z^{-1}) Y(z) + z R(z) + (K_1 + K_2 z^{-1}) E(z)$$

$$U(z) = \frac{1}{b_1} \left\{ -b_2 z^{-1} U(z) + (a_1 + a_2 z^{-1}) Y(z) + z R(z) + (K_1 + K_2 z^{-1}) E(z) \right\}$$

$$u(k) = \frac{1}{b_1} \left\{ \begin{aligned} &-b_2 u(k-1) + a_1 y(k) + a_2 y(k-1) \\ &+ r(k+1) + K_1 e(k) + K_2 e(k-1) \end{aligned} \right\} \tag{19}$$

De acuerdo a (19), esta estrategia de control se utilizará para señales de referencia  $r(k)$  las cuales permitan predecir con facilidad su valor  $r(k+1)$ . La Figura 1 muestra el diagrama de simulación de la estrategia de control representada por (19).

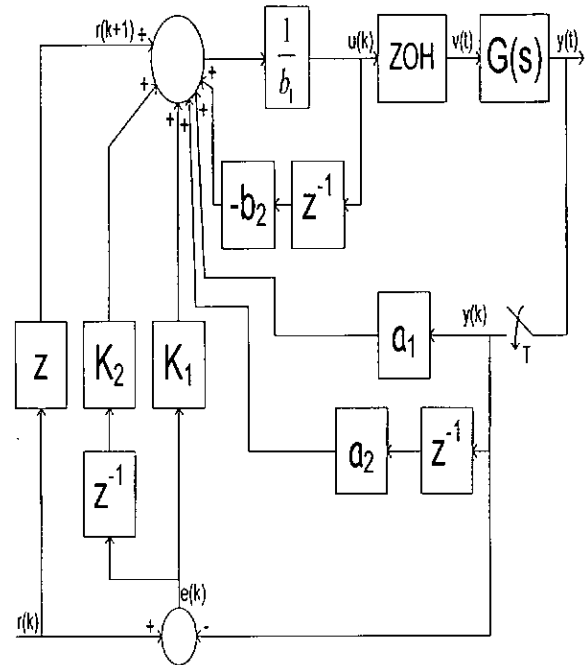


Fig. 1. Estrategia de control discreto particionado, diagrama de simulación

### B. Estrategia de control discreto con componente integral

Cuando el sistema está expuesto a perturbaciones constantes o de baja frecuencia considerables, es conveniente agregar en el controlador una componente integradora. Esto nos permite eliminar el error de estado estacionario compensando las perturbaciones.

En el caso del sistema que se presenta para los fines indicados, se puede agregar un integrador discreto para la señal de error  $e(k)$ . La salida del integrador discreto  $I(k)$  aportará una componente en  $u_{22}(k)$ .

Se tiene para el integrador discreto:

$$I(z) = \frac{1}{z-1} E(z) \tag{20}$$

La ecuación (16) afectada por la salida del integrador es:

$$U_{22}(z) = \frac{1}{b_1z + b_2} (K_1zE(z) + K_2E(z) + K_3I(z)) \tag{21}$$

donde  $K_3$  es un escalar constante.

Reemplazando (20) en (21) se obtiene:

$$U_{22}(z) = \frac{1}{b_1z + b_2} \left( K_1zE(z) + K_2E(z) + \frac{K_3}{z-1} E(z) \right) \tag{22}$$

Reemplazando (22) en (15) obtenemos:

$$z^2 E(z) = - \left( K_1zE(z) + K_2E(z) + \frac{K_3}{z-1} E(z) \right)$$

$$z^2 E(z) + K_1zE(z) + K_2E(z) + \frac{K_3}{z-1} E(z) = 0$$

$$(z-1) \{ z^2 E(z) + K_1zE(z) + K_2E(z) \} + K_3E(z) = 0$$

$$z^3 E(z) + (K_1-1)z^2 E(z) + (K_2-K_1)zE(z) + (K_3-K_2)E(z) = 0 \tag{23}$$

La ecuación (23) describe el comportamiento de la variación del error discreto  $e(k)$  que corresponde a una ecuación en diferencias de tercer orden [2]. Si elegimos las constantes escalares  $K_1$ ,  $K_2$  y  $K_3$  convenientemente para estabilizar el sistema discreto representado por (23), lograremos que para cualquier valor inicial  $e(0)=e(k=0)$ , el error cuando  $k \rightarrow \infty$  sea  $e(k \rightarrow \infty) = 0$ .

Esto último significa que finalmente la salida discreta  $y(k)$  se igualará con la entrada discreta de referencia  $r(k)$ .

La señal de control  $U(z)$  se obtiene agrupando (6), (14) y (22) y reemplazando en (5) y (13):

$$U(z) = U_1(z) + U_2(z)$$

$$U(z) = \frac{a_1z + a_2}{b_1z + b_2} Y(z) + U_{21}(z) + U_{22}(z)$$

$$U(z) = \frac{(a_1z + a_2)Y(z) + z^2R(z) + \left\{ K_1z + K_2 + \frac{K_3}{z-1} \right\} E(z)}{b_1z + b_2} \tag{24}$$

La señal de control discreta  $u(k)$  se obtiene implementando la ecuación en diferencias que se obtiene de (24):

$$\begin{aligned} (z-1)(b_1z + b_2)U(z) &= \\ (z-1) \{ (a_1z + a_2)Y(z) + z^2R(z) + (K_1z + K_2)E(z) \} + K_3E(z) &= \\ (b_1z^2 + (b_2 - b_1)z - b_2)U(z) &= \\ (a_1z^2 + (a_2 - a_1)z - a_2)Y(z) + (z^3 - z^2)R(z) &+ \\ + (K_1z^2 + (K_2 - K_1)z - K_2)E(z) + K_3E(z) &= \\ (b_1 + (b_2 - b_1)z^{-1} - b_2z^{-2})U(z) &= \\ (a_1 + (a_2 - a_1)z^{-1} - a_2z^{-2})Y(z) + (z-1)R(z) &+ \\ + (K_1 + (K_2 - K_1)z^{-1} + (K_3 - K_2)z^{-2})E(z) &= \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} U(z) &= \frac{1}{b_1} \left\{ (b_2z^{-2} - (b_2 - b_1)z^{-1})U(z) + (a_1 + (a_2 - a_1)z^{-1} - a_2z^{-2})Y(z) \right\} \\ &+ \frac{1}{b_1} \left\{ (z-1)R(z) + (K_1 + (K_2 - K_1)z^{-1} + (K_3 - K_2)z^{-2})E(z) \right\} \\ u(k) &= \frac{1}{b_1} \left\{ \begin{aligned} &b_2u(k-2) - (b_2 - b_1)u(k-1) + a_1y(k) + (a_2 - a_1)y(k-1) \\ &- a_2y(k-2) + r(k+1) - r(k) + K_1e(k) \\ &+ (K_2 - K_1)e(k-1) + (K_3 - K_2)e(k-2) \end{aligned} \right\} \end{aligned} \tag{26}$$

La señal de control discreta  $u(k)$  con integrador para el error discreto se obtendrá a partir del siguiente diagrama de simulación que muestra la Figura 2.

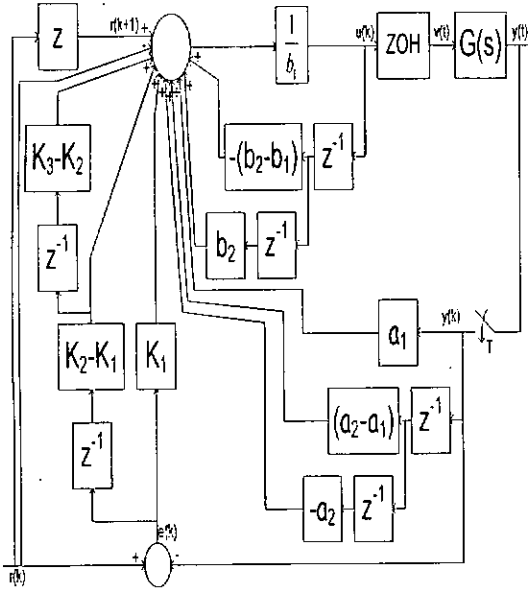


Fig. 2. Estrategia de control discreto particionado con integrador, diagrama de simulación

III. DISEÑO DEL CONTROLADOR PARTICIONADO

A. Diseño del Controlador Particionado sin Integrador

El diseño del controlador considera una planta continua con función de transferencia:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{13560}{s^2 + 200s + 9039} \quad (27)$$

La implementación del controlador discreto utilizará un tiempo de muestreo de  $T=4\text{msg}$ , con lo cual el modelo discreto de la planta dada por (27) con ZOH luego de utilizar la ecuación (2) es:

$$G_{PZOH}(z) = \frac{0.08356z + 0.064}{z^2 - 1.351z + 0.4493} \quad (28)$$

De acuerdo a la ecuación (2), entonces tenemos las primeras componentes de la ley de control que corresponde a la componente basada en el modelo:

$$\begin{aligned} b_1 &= 0.08356 \\ b_2 &= 0.064 \\ a_1 &= -1.351 \\ a_2 &= 0.4493 \end{aligned} \quad (29)$$

Se estabiliza la ecuación (17), eligiendo como polos continuos de la ecuación de error a :  $s_{12} = -51.996 \pm 30i$ , según los polos sugeridos por Bessel [3], para obtener un tiempo de establecimiento de 100msg. en la anulación del error en caso se presente un error inicial. Esos polos continuos transformados a polos discretos mediante la ecuación siguiente:

$$z = e^{sT} \quad (30)$$

da como resultado los polos discretos:  $z_{12} = 0.8064 \pm 0.0972i$ .

El polinomio característico discreto para ese juego de polos es:

$$z^2 - 1.6128z + 0.6597 = 0 \quad (31)$$

Igualando (31) con (17), obtenemos los valores escalares constantes:

$$\begin{aligned} K_1 &= -1.6128 \\ K_2 &= 0.6597 \end{aligned} \quad (32)$$

B. Diseño del Controlador Particionado con Integrador

Para encontrar las constantes de la componente servo de la ley de control, debemos estabilizar la ecuación (23). Consideramos el mismo período de muestreo anterior. Elegimos el juego de polos continuos sugeridos por Bessel:  $s_{123} = -44.7300 \pm 42.672i, -56.52$ . Con esos polos esperamos obtener un tiempo de establecimiento de 100msg en la anulación del error en caso se presente un error inicial. Esos polos continuos transformados a polos discretos usando (30) resulta en:  $z_{123} = 0.8240 \pm 0.1420i, 0.7977$ .

El polinomio característico discreto para ese juego de polos es:

$$z^3 - 2.4457z^2 + 2.0138z - 0.5577 = 0 \quad (33)$$

Igualando (33) con (23), obtenemos los valores escalares constantes:

$$\begin{aligned} K_1 &= -1.4457 \\ K_2 &= 0.5681 \\ K_3 &= 0.0103 \end{aligned} \quad (34)$$

IV. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

A. Prueba del controlador discreto particionado para entradas senoidales y cosenoidales de referencia sin y con perturbación

Se implementa el sistema de lazo cerrado de control particionado discreto, como muestra la Figura 1 del anexo. Se aplica una entrada de referencia discreta senoidal representada por  $r(k)=5\text{sen}\pi kT$ . Esta señal de referencia permite predecir en el instante de muestreo  $k$  el valor que tendrá la referencia en la muestra  $(k+1)$ , como se observa en la Figura 1 del anexo.

La Figura 3 muestra la respuesta obtenida del sistema de lazo cerrado superpuesta con la señal de referencia de entrada.

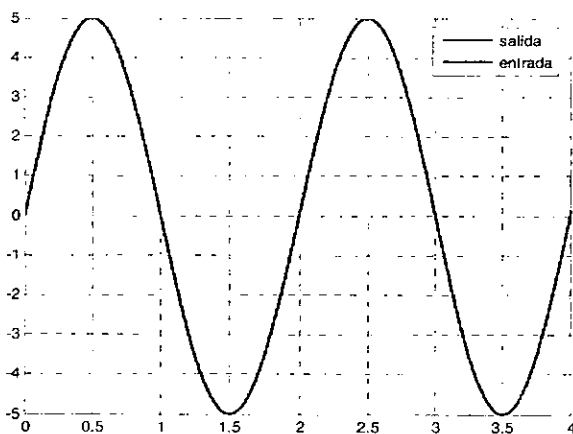


Fig. 3. Entrada y salida de lazo cerrado utilizando controlador discreto particionado. Entrada  $r(k)=5\text{sen}\pi kT$  para  $T=4\text{msg}$

Luego se prueba el sistema de lazo cerrado de control particionado discreto para una entrada de referencia discreta cosenoidal representada por  $r(k)=5\text{cos}\pi kT$ . La Figura 2 del anexo muestra el diagrama de simulación para este caso. Esta entrada también permite predecir su valor en la muestra  $(k+1)$ .

La Figura 4 muestra la respuesta obtenida del sistema de lazo cerrado superpuesta con la señal de referencia de entrada.

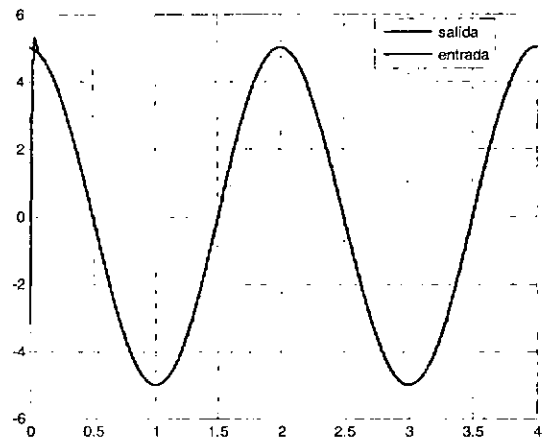


Fig. 4. Entrada y salida de lazo cerrado utilizando controlador discreto particionado. Entrada  $r(k)=5\text{cos}\pi kT$  para  $T=4\text{msg}$

Ahora se prueba el desempeño del sistema para las mismas señales de referencia con presencia de perturbaciones constantes. Para una entrada de referencia discreta senoidal representada por  $r(k)=5\text{sen}\pi kT$ , en el instante  $t$  igual a  $2\text{sg}$ . se produce una perturbación constante de amplitud unitaria. La Figura 5 muestra la respuesta obtenida del sistema de lazo cerrado superpuesta con la señal de referencia de entrada.

Para una entrada de referencia discreta cosenoidal representada por  $r(k)=5\text{cos}\pi kT$ , en el instante  $t$  igual a  $2\text{sg}$  se produce una perturbación constante de amplitud unitaria. La Figura 6 muestra la respuesta obtenida del sistema de lazo cerrado superpuesta con la señal de referencia de entrada.

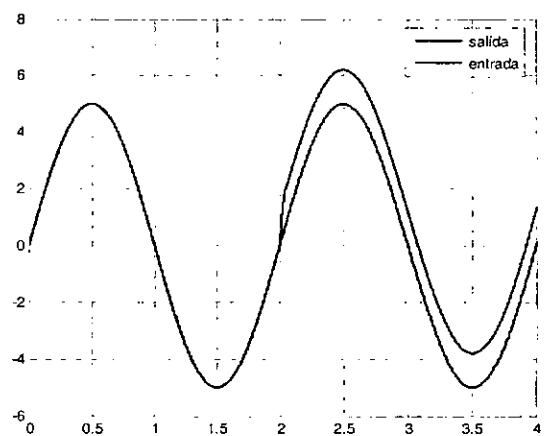


Fig. 5. Entrada y salida de lazo cerrado utilizando controlador discreto particionado. Entrada  $r(k)=5\text{sen}\pi kT$  y perturbación constante para  $T=4\text{msg}$

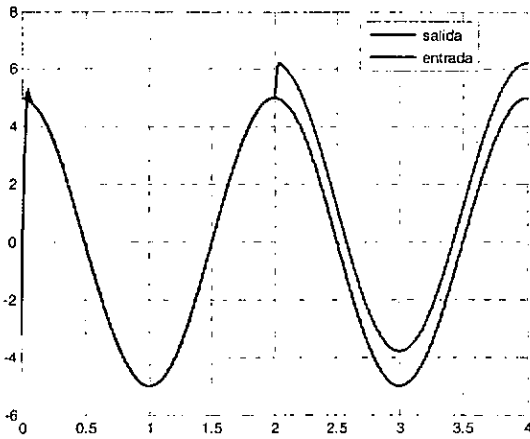


Fig. 6. Entrada y salida de lazo cerrado utilizando controlador discreto particionado. Entrada  $r(k)=5\cos\pi kT$  y perturbación constante para  $T=4\text{msg}$

*B. Prueba del controlador discreto particionado con integrador para entradas senoidales y cosenoidales de referencia sin y con perturbación*

Se implementa el sistema de lazo cerrado de control particionado discreto con integrador, como muestra la Figura 3 del anexo. Se aplica una entrada de referencia discreta senoidal representada por  $r(k)=5\sin\pi kT$ .

La Figura 7 muestra la respuesta obtenida del sistema de lazo cerrado superpuesta con la señal de referencia de entrada.

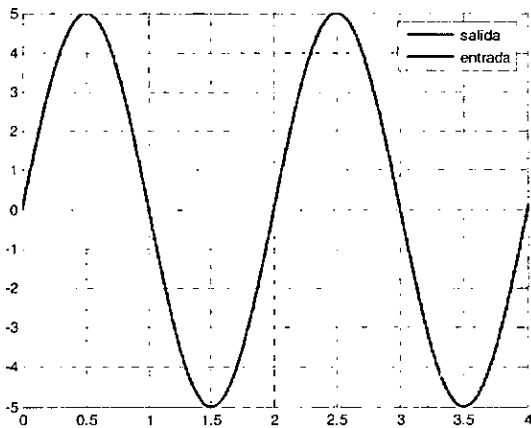


Fig. 7. Entrada y salida de lazo cerrado utilizando controlador discreto particionado con integrador. Entrada  $r(k)=5\sin\pi kT$  para  $T=4\text{msg}$

A continuación probamos el sistema de lazo cerrado de control particionado discreto con integrador para una entrada de referencia discreta cosenoidal

representada por  $r(k)=5\cos\pi kT$ . La Figura 4 del anexo muestra el diagrama de simulación para este caso. Esta entrada también permite predecir su valor en la muestra  $(k+1)$ .

La Figura 8, muestra la respuesta obtenida del sistema de lazo cerrado superpuesta con la señal de referencia de entrada.

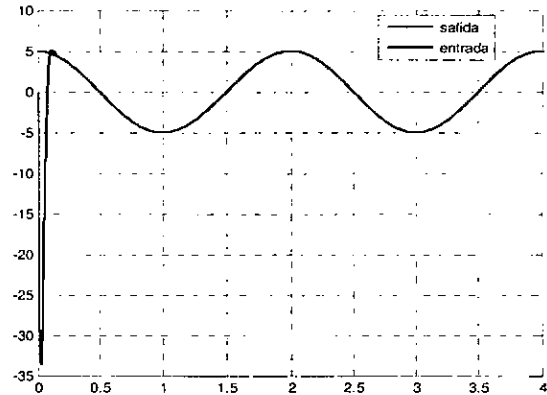


Fig. 8. Entrada y salida de lazo cerrado utilizando controlador discreto particionado con integrador. Entrada  $r(k)=5\cos\pi kT$  para  $T=4\text{msg}$

Luego se prueba el desempeño del sistema de control particionado discreto con integrador, expuesto a perturbaciones constantes. Para una entrada de referencia discreta senoidal representada por  $r(k)=5\sin\pi kT$ , en el instante  $t$  igual a  $2\text{sg.}$  se produce una perturbación constante de amplitud unitaria. La Figura 9, muestra la respuesta obtenida del sistema de lazo cerrado superpuesta con la señal de referencia de entrada.

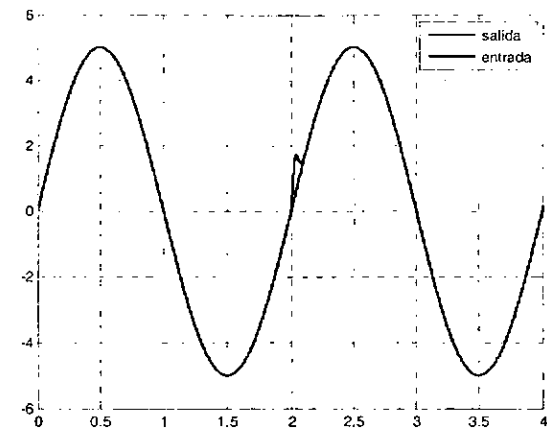


Fig. 9. Entrada y salida de lazo cerrado utilizando controlador discreto particionado con integrador. Entrada  $r(k)=5\sin\pi kT$  y perturbación constante para  $T=4\text{msg}$

Para el mismo sistema de lazo cerrado anterior, con una entrada de referencia discreta cosenoidal representada por  $r(k)=5\cos\pi kT$ , en el instante  $t$  igual a  $2\text{sg}$  se produce una perturbación constante de amplitud unitaria. La Figura 10 muestra la respuesta obtenida del sistema de lazo cerrado superpuesta con la señal de referencia de entrada.

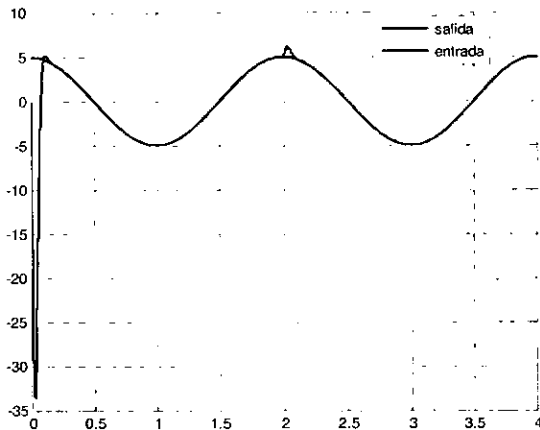


Fig. 10. Entrada y salida de lazo cerrado utilizando controlador discreto particionado con integrador. Entrada  $r(k)=5\cos\pi kT$  y perturbación constante para  $T=4\text{msg}$ .

## V. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para entrada  $r(k)=5\text{sen}\pi kT$  (sin perturbaciones) se observa en la Figura 3, que el controlador discreto particionado permite que prácticamente la señal de entrada y de salida están superpuestas, esto indica que se realiza un buen seguimiento a esa señal.

Cuando se aplica la señal de referencia  $r(k)=5\cos\pi kT$  (sin perturbaciones), en este caso al inicio existe un error inicial, como se observa en la figura 4. Ese error inicial se anula aproximadamente en  $100\text{msg}$ . Ese fue el tiempo especificado en el diseño de la componente de control que maneja el error de trayectorias. Luego del proceso transitorio se mantiene el seguimiento deseado.

La prueba para exposiciones a perturbaciones muestra, tanto en la Figura 5 (entrada  $r(k)=5\text{sen}\pi kT$ ) como en la Figura 6 (entrada  $r(k)=5\cos\pi kT$ ), que el control discreto particionado no es capaz de compensar el efecto de las perturbaciones. En esas figuras se aprecia que cuando aparecen las perturbaciones, se produce un error de estado estacionario entre la trayectoria deseada y la trayectoria real de salida.

Se agregó a la ley de control discreta particionada una componente integral, cuya finalidad es compensar el efecto de las perturbaciones. La Figura 7 muestra

que el sistema de lazo cerrado con control discreto particionado y componente integradora, para entrada  $r(k)=5\text{sen}\pi kT$  (sin perturbaciones) consigue una superposición de la señal de salida con la señal de referencia, esto refleja un buen seguimiento a esa referencia.

La Figura 8 muestra el sistema de lazo cerrado con control discreto particionado y componente integradora para entrada  $r(k)=5\cos\pi kT$  (sin perturbaciones). Observe que al inicio el error inicial de trayectoria va disminuyendo hasta anularse luego de  $100\text{msg}$  que fue el tiempo de estabilización elegido en el diseño de la componente de servocontrol del controlador. Luego se mantiene el seguimiento deseado.

La prueba de desempeño a perturbaciones de la ley de control discreta particionada con componente integral, se realizó primero para una entrada de referencia  $r(k)=5\text{sen}\pi kT$ . Luego de  $2\text{sg}$ , se presenta una perturbación constante. La Figura 9 muestra el seguimiento correcto hasta antes de presentarse la perturbación. Cuando se presenta la perturbación se observa que transitoriamente hay un error de trayectoria, que luego de  $100\text{msg}$  (tiempo elegido en el diseño) el error se vuelve a anular, con lo cual se recupera el buen seguimiento de la señal de referencia.

Para una entrada de referencia  $r(k)=5\cos\pi kT$  con entrada de perturbación posterior, se aprecia en la Figura 10 que al inicio, como se espera, existe un error inicial, el cual se anula luego de  $100\text{msg}$ , lográndose un buen seguimiento. Cuando se presenta la perturbación constante, nuevamente se presenta un error de trayectorias, el cual otra vez es anulado por el controlador, luego de  $100\text{msg}$ , recuperándose el correcto seguimiento.

## VII. CONCLUSIONES

La estrategia de control discreto particionada permite un buen seguimiento de trayectorias de referencia, cuando la trayectoria de referencia elegida permite predecir en el instante de muestreo  $k$  actual el valor que presentará dicha referencia en el instante de muestreo  $(k+1)$ .

El seguimiento mejora cuando la señal de referencia no presenta una discontinuidad en  $k=0$ , es el caso de la señal de referencia  $r(k)=5\text{sen}\pi kT$  en comparación con la señal de referencia  $r(k)=5\cos\pi kT$ . En la primera desde un inicio se aprecia un correcto seguimiento, en cambio en la segunda el error inicial debe anularse luego del tiempo especificado en el diseño del controlador.



La estrategia de control discreto particionado sin componente integradora adicionada no es capaz de compensar las perturbaciones constantes y de baja frecuencia. Es necesario para perturbaciones no débiles agregar esa componente al controlador.

La estrategia de control discreto particionado con componente integradora adicionada, tiene la misma capacidad de seguimiento que la ley original, con la ventaja adicional que es capaz de compensar las perturbaciones constantes y de baja frecuencia, aunque se aprecia en las Figuras 8 y 10 que el error inicial se compensa con valores grandes de señal de control.

REFERENCIAS

- [1] Jhon J. Craig. Robótica. Pearson Prentice Hall 2006.
- [2] Katsuhiko Ogata. Sistemas de Control en Tiempo Discreto. Prentice Hall Hispanoamericana S.A. 1996.
- [3] Karl Astrom, Bjorn Wittenmark. Computer Controlled Systems Theory and Design. Prentice Hall, Inc. 1997.

ANEXOS

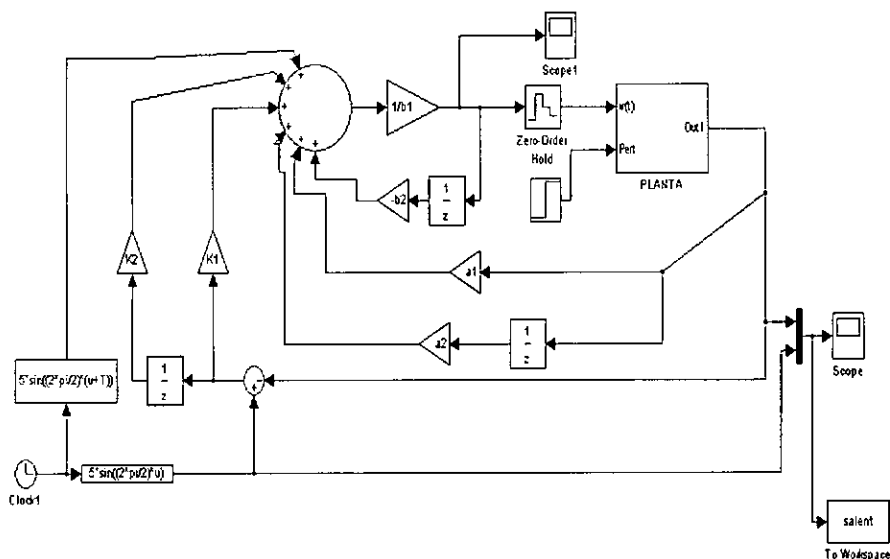


Fig. 1. Diagrama de simulación de estrategia de control discreto particionado. Entrada  $r(k) = 5 \sin \pi k T$  para  $T = 4 \text{ms}$ .

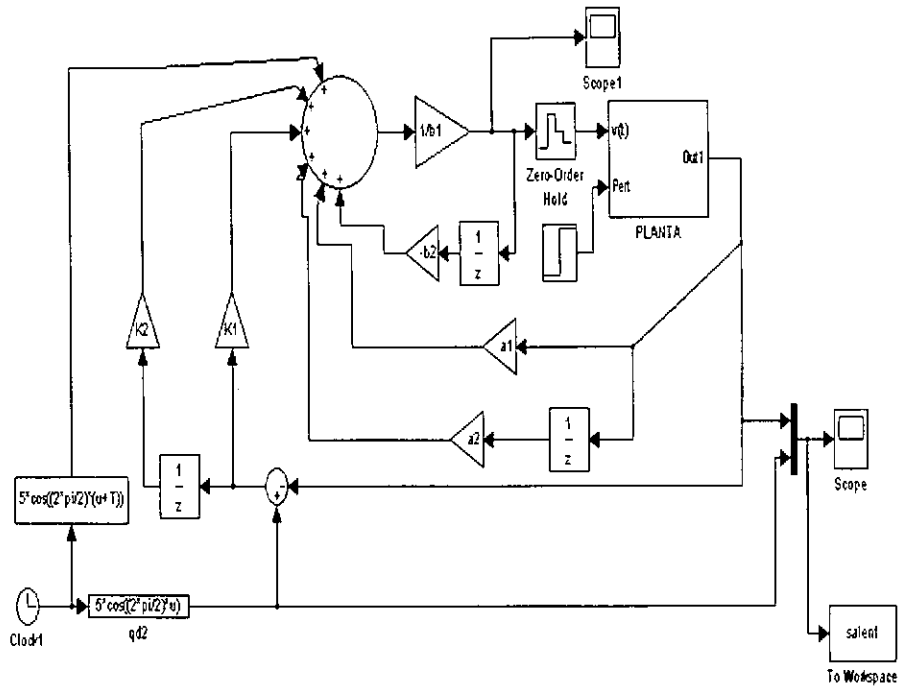


Fig. 2. Diagrama de simulación de estrategia de control discreto particionado. Entrada  $r(k)=5\cos\pi kT$  para  $T=4\text{ms}$ .

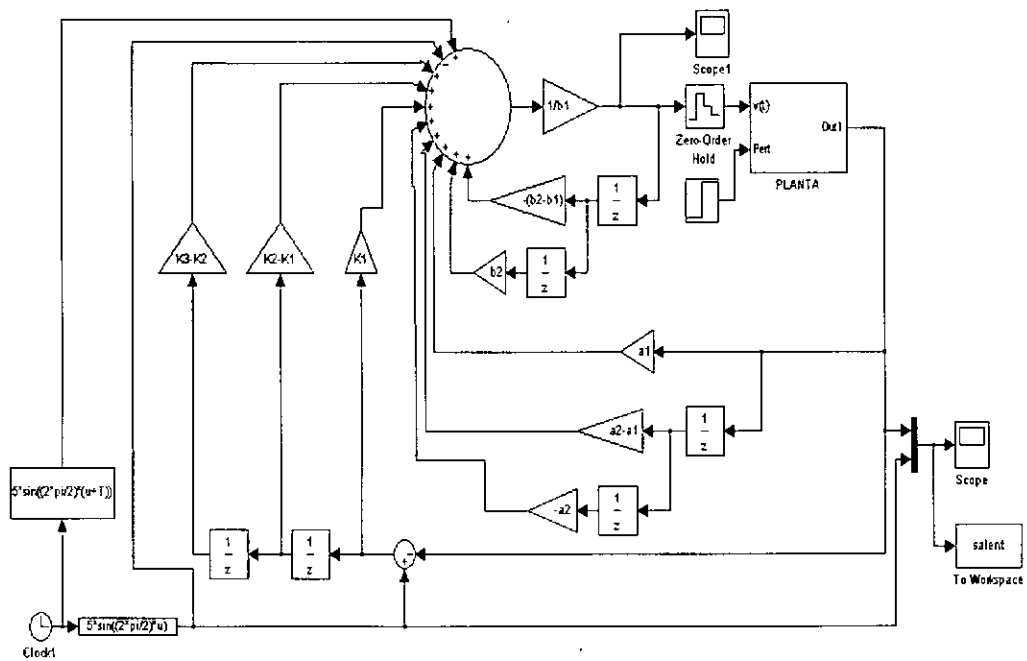


Fig. 3. Diagrama de simulación de estrategia de control discreto particionado con integrador. Entrada  $r(k)=5\sin\pi kT$  para  $T=4\text{ms}$ .

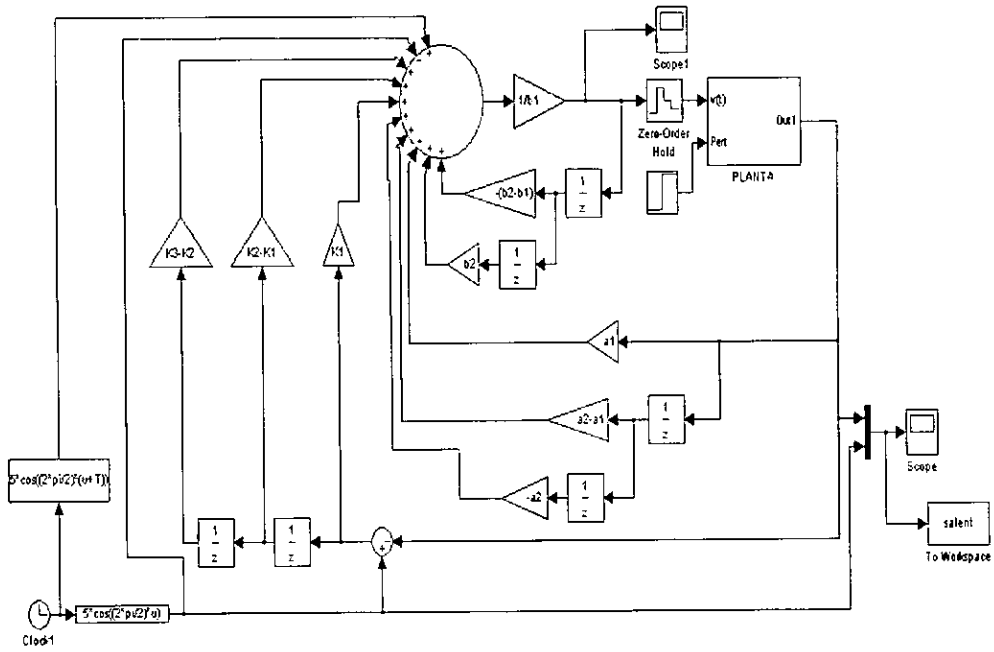


Fig. 4. Diagrama de simulación de estrategia de control discreto particionado con integrador. Entrada  $r(k) = 5 \cos \pi kT$  para  $T = 4\text{ms}$ .