

SIMULACIÓN DE SISTEMAS

AUTORES

ESTHER BERGER VIDAL

INES GAMBINI LOPEZ

CARMELA VELÁSQUEZ PINO

NOVIEMBRE - 2000

RESUMEN

Se presenta los fundamentos de la Simulación de Sistemas, con el objetivo de motivar a profesionales de áreas diferentes a la Investigación de Operaciones, a aplicar esta herramienta de amplio alcance en el análisis y solución por aproximación de problemas de diversa complejidad y en el planteamiento de diversos escenarios hipotéticos para inferir las respuestas posibles de los sistemas en estudio.

Palabra Clave: Sistemas, Simulación, Procesos Aleatorios, Métodos de Montecarlo

Este curso tiene por finalidad presentar, especialmente a los interesados en el tema, no especialistas en Investigación de Operaciones, los fundamentos de la **Simulación de Eventos Discretos** como herramienta para:

- a) El análisis de sistemas tales como las organizaciones, los sistemas sociales, económicos, industriales, entre muchos otros, a fin de comprender su comportamiento y buscar solución a sus problemas.
- b) La solución de problemas no susceptibles de ser resueltos por otros métodos matemáticos.
- c) El estudio de problemas complejos, en condiciones experimentales, sobre modelos que los representan, sin afectar el funcionamiento del sistema.
- d) Proporcionar los fundamentos de una herramienta de estudio y solución de problemas de diversa complejidad, cuyo uso y alcance es actualmente muy amplio, utilizándose en diversas disciplinas y profesiones.

INTRODUCCION

Con frecuencia existen problemas cuya complejidad no permite enfocarlos mediante un método analítico. Hay otros en que el objetivo es conocer cómo se comporta un sistema determinado, esto es, necesitamos analizarlo para conocerlo.

Muchas veces no podemos hacer un estudio para averiguar detalles acerca del comportamiento del sistema trabajando sobre el propio sistema debido a diversas razones, una de ellas son los costos, otra la impracticidad porque se interrumpe la actividad del sistema, otra razón es la complejidad. En estos casos puede hacerse uso de una herramienta de mucha utilidad que es la **Simulación**.

La **Simulación** es una herramienta de la Investigación de Operaciones que permite estudiar los sistemas y los problemas analizándolos experimentalmente, de forma equivalente a la actividad que se realiza en un laboratorio.

Los estudios que se hacen mediante simulación se basan en la imitación del comportamiento dinámico de un sistema haciendo uso de un modelo que representa las propiedades del sistemas.

CONCEPTOS BASICOS

Debido a que la Simulación se aplica preferencialmente a problemas de cierta complejidad, utiliza el Enfoque de Sistemas para estudiar tales problemas. Por esta razón presentaremos una revisión de estos conceptos.

SISTEMA

Es un conjunto de elementos que actúan interrelacionadamente con la finalidad de desarrollar funciones y actividades orientadas a alcanzar uno o más objetivos trazados para el todo.

En la naturaleza existen infinidad de sistemas que podemos identificar, tales como los seres humanos, otros seres vivientes, los sistemas ecológicos, etc., estos son sistemas naturales.

También tenemos otros sistemas creados por el hombre a los cuales identificamos como sistemas artificiales, tales como las organizaciones, los sistemas sociales, un sistema de transporte, un vehículo, etc.

MEDIO AMBIENTE DEL SISTEMA

El medio ambiente de un sistema es todo aquello que interactúa con el sistema sin formar parte de éste. El **medio ambiente** es en realidad un sistema más grande que contiene al sistema objeto de nuestro estudio y contiene además otros sistemas. En este sentido decimos que un sistema es un **subsistema** de su medio ambiente.

CLASES DE SISTEMAS

Existe una amplia clasificación de los sistemas, de la cual tomaremos aquella que interesa a los fines de la simulación, esta es la que considera

los, **naturales, artificiales, abiertos, cerrados**. Los sistemas abiertos son aquellos que mantienen una adecuada relación con su medio ambiente, respondiendo apropiadamente a los estímulos de éste con cambios y actividades que le permiten mantenerse en funcionamiento continuo. Sin embargo, la clasificación de un sistema está más relacionada con la forma en que podemos representarlo, es decir con el modelo que utilizemos.

ATRIBUTOS

Son las propiedades que poseen los componentes del sistema. Los atributos describen a los componentes.

Ejemplo: Sistema : social
 Componente : individuos
 Atributos : profesión, edad, sexo

RELACIONES

Definen la estructura del sistema de acuerdo a los componentes que tiene y a sus atributos. Las relaciones son intercambios de materia, energía e información entre los componentes de un sistema o entre el sistema y su medio ambiente.

ESTADO DE UN SISTEMA

En cualquier instante que observemos un sistema éste estará en una situación particular a la cual conocemos como **estado**. El estado del sistema queda definido por los valores que tienen sus características o atributos relevantes en el instante que lo observamos.

MODELOS

Un modelo es la representación de un sistema, situación o problema, de acuerdo al objetivo del estudio que sobre el sistema se desea realizar.

CLASES DE MODELOS

Existe una gran variedad de modelos, en particular nos interesan los modelos simbólicos y de estos los matemáticos y lógicos, de los cuales consideraremos los que interesan para los estudios de simulación.

De acuerdo a la naturaleza de las variables y funciones que intervienen en la representación del sistema o problema, estos modelos pueden ser:

- Discretos o continuos
- Determinísticos o estocásticos
- Estáticos o dinámicos
- Analíticos o numéricos

MODELO DE SIMULACIÓN

Dados un sistema y un modelo, la simulación consiste en usar el modelo para producir una historia de estados del sistema. La simulación es por tanto un proceso y el modelo usado es un modelo de simulación.

Un modelo de simulación no tiene por tanto una estructura especial y definida como sí la tienen por ejemplo los modelos de optimización. Un modelo es de simulación porque es utilizado en ese proceso, pudiendo tener cualquier estructura y usarse luego con otra finalidad diferente a la de simular.

Un modelo de simulación de eventos discretos es estocástico, dinámico, numérico y discreto.

VARIABLES

Son elementos del sistema que toman diversos valores en el tiempo. Las variables en un modelo de simulación se clasifican como:

VARIABLES EXÓGENAS

Representan acciones o influencias que provienen del medio ambiente. Por ejemplo, la demanda a un servicio, los efectos tributarios, etc. Cuando las variables exógenas son controlables por el sistema se denominan **parámetros** y asumen valores fijos durante un periodo de estudio del sistema.

VARIABLES ENDÓGENAS

Representan resultados de la actividad interna del sistema. Por ejemplo, la venta total en un período, la producción total, el total de egresados de una universidad al final de un año.

VARIABLES DE ESTADO

Son un tipo especial de variables endógenas que reflejan las características relevantes del sistema y/o de sus componentes principales en cualquier instante que lo observemos. Por ejemplo, cantidad de pacientes en un consultorio en un día determinado.

EVENTOS

Son hechos que producen cambios de estado del sistema, por ejemplo, el arribo de un paciente al consultorio, el inicio de un proceso de producción, etc.

SIMULACIÓN

La **Simulación** es la **imitación** o réplica del comportamiento de un sistema o de una situación, usando un modelo que lo representa de acuerdo al objetivo por el cual se estudia el sistema. Para hacer este estudio se requiere el conocimiento de los datos relacionados con el sistema o problema, que sean relevantes.

Para esto, construye modelos representativos de la situación, objeto o sistema que se desea estudiar. Estos modelos están conformados por un conjunto de funciones que interrelacionan variables exógenas, de estado, parámetros y constantes, entre sí y con variables endógenas, para describir el sistema.

Con base en información histórica, la **Simulación** construye una **historia de estados del sistema**, de acuerdo a los valores que en el tiempo toman las variables de estado. Tales valores están relacionados con los **atributos o características** de esas variables.

¿CUANDO SIMULAR?

1. Para conocer un sistema cuyo comportamiento desconocemos y queremos tal vez resolver algún problema de tal sistema por algún otro método.
2. Para estudiar las relaciones más trascendentes entre los componentes de un sistema complejo.
3. Para buscar una solución - aproximada - a un problema cuya solución no ha sido factible de determinar por otros métodos.

4. Para estudiar los efectos de cambios en el medio ambiente del sistema y en el interior del sistema.
5. Para determinar cuáles son las variables más importantes en un sistema.
6. Para verificar soluciones analíticas.

VENTAJAS DE LA SIMULACIÓN

1. Es un método de mayor facilidad de aplicación que el analítico.
2. Con un mismo modelo podemos averiguar una gran variedad de comportamientos del sistema, mediante el uso repetitivo del modelo cambiando algunos elementos.
3. Permite estudiar sistemas de los cuales se cuenta con información incompleta, ayudando a generar información complementaria.
4. Permite expandir el tiempo.
5. Permite comprimir el tiempo.

TIPOS DE SIMULACIÓN

De acuerdo al tipo de sistema o problema que se estudia, o más precisamente, de acuerdo al tipo de modelo que lo representa, la Simulación puede ser:

1. DE TIEMPO CONTINUO

Este tipo de simulación trata modelos descritos por ecuaciones diferenciales ordinarias o ecuaciones diferenciales parciales.

2. DE TIEMPO DISCRETO

Trata modelos descritos por ecuaciones de diferencias.

3. DE EVENTOS DISCRETOS

Trata con sistemas que pueden ser modelados como una secuencia de eventos contables, asumiendo que nada importante ocurre entre esos eventos. Sistemas tales como los de colas, manufacturas, redes de comunicación, inventarios, son representables así.

El tipo de simulación que escojamos depende de dos factores:

1. El tipo de modelo que mejor se ajusta al problema o sistema.
2. La forma en la cual preferimos observar el sistema.

Trataremos aquí exclusivamente de la **Simulación de Eventos Discretos**.

Los sistemas de eventos discretos no se modelan mediante ecuaciones de diferencias o ecuaciones diferenciales debido a que la evolución del sistema no sólo está controlada por el transcurrir del tiempo sino también por la interacción entre los eventos en el tiempo.

Presentaremos la idea del proceso de simulación a través de casos.

CASO 1

Supongamos que deseamos estudiar la atención a los ahorristas en una agencia de un banco. Los ahorristas que ingresan al banco se dirigen al único cajero que atiende con este fin. El cajero demora para atender a una persona un tiempo variable (Tiempo de servicio).

Los clientes llegan de acuerdo a la información registrada en el siguiente cuadro.

Se desea conocer el comportamiento de este sistema a través del tiempo promedio que permanece un cliente haciendo cola y del número promedio de unidades en la cola.

Se considerará que este sistema es eficiente si a lo más el 25% de los clientes espera en la cola más de 10 minutos para ser atendido y si solamente el 5% del tiempo el cajero está desocupado. Se desea además que el tiempo promedio que un cliente permanece en el banco por este servicio no exceda a 10 minutos.

Estudiaremos el caso para los 10 primeros clientes.

Cliente llegada minutos	Hora de llegadas	Intervalo
1	9:00	0
2	9:01	1
3	9:05	4
4	9:10	5
5	9:10	0
6	9:14	4
7	9:23	9
8	9:24	1
9	9:34	10
10	9:42	8

	Hora Llegada	CAJERO Servicio		Tiempo Libre	CLIENTE Tiempo		Cliente Banco
		Inic.	Fin		Serv.	Cola	
1.	9:00	9:00	9:07	0	7	0	7
2.	9:01	9:07	9:10	0	3	6	9
3.	9:05	9:10	9:18	0	8	5	13
4.	9:10	9:18	9:28	0	10	8	18
5.	9:10	9:28	9:37	0	9	18	27
6.	9:14	9:37	9:40	0	3	23	26
7.	9:23	9:40	9:44	0	4	17	21
8.	9:24	9:44	9:46	0	2	20	22
9.	9:34	9:46	9:53	0	7	12	19
10.	9:42	9:53	9:59	0	6	11	17
Total :				0	59	120	179

RESULTADOS

1. Para extraer resultados concluyentes, este estudio debe repetirse muchas veces, es decir que debe realizarse el mismo tipo de observación durante un número significativo de días para que los valores que desean medirse converjan o produzcan estadísticas representativas. Por ahora trabajaremos con esta única muestra.
2. Observamos que 60% de los clientes espera en la cola más de 10 minutos.
3. Además el 100% del tiempo el cajero está ocupado.
4. Otras medidas que permiten evaluar el rendimiento de este sistema son el tiempo promedio de espera que en este caso es de 12 minutos y el tiempo promedio de permanencia en el sistema que es de 17.9 minutos.
5. En conclusión, este sistema no es eficiente con respecto al nivel de atención al cliente, aunque con respecto al nivel de ocupación del cajero sea satisfactorio, sin embargo, esto último se debe a que la tasa de llegadas (14 clientes/hora), es más alta que la de servicio (10 clientes/hora).

Hasta aquí se ha **simulado este sistema con fines descriptivos**, esto es, para conocer su comportamiento. Podemos ahora plantear medidas a tomar para mejorar la eficiencia de este sistema de acuerdo a los criterios establecidos.

Examinaremos qué pasaría si se asigna un cajero más para apoyar en este servicio, con la misma tasa de servicio. Entonces, utilizaremos la **simulación** para hacer un **análisis comparativo** del sistema con dos cajeros respecto al sistema con un cajero.

	Hora llegada	S1 Inic.	S2 Inic.	Fin	Tiempo Libre		Tiempo		
					S1	S2	Serv.	Cola	Banco
1.	9:00	9:00	—	9:07	—	—	7	0	7
2.	9:01	—	9:14	9:06	—	1	3	0	3
3.	9:05	—	9:21	9:14	—	—	8	1	9
4.	9:10	9:21	—	9:20	3	—	10	0	10
5.	9:10	—	9:35	9:23	—	—	9	4	13
6.	9:14	9:35	—	9:23	—	—	3	6	9
7.	9:23	—	9:49	9:27	—	—	4	0	4
8.	9:24	9:49	—	9:26	1	—	2	0	2
9.	9:34	9:56	—	9:41	8	—	7	0	7
10.	9:42	—	10:10	9:49	—	15	6	0	6
Total :					12	16	59	11	70

RESULTADOS

1. Observamos en este caso que el 100% de los clientes espera en la cola menos de 10 minutos.
2. Además el primer servidor está desocupado el 14% del tiempo y el segundo lo está el 33% del tiempo.
3. El tiempo promedio de espera en la cola, es de 3.5 minutos por cliente y el tiempo promedio de permanencia en el sistema es de 10.5 minutos, habiéndose reducido significativamente.

4. Este sistema es más eficiente que el primero y cumple con los criterios establecidos respecto a la atención de los clientes, sin embargo, no es eficiente respecto al tiempo desocupado de los servidores.

CONCLUSIÓN

Para hacer un análisis comparativo, con respecto a Variaciones en el sistema, se prueba el sistema bajo las mismas condiciones, (con el mismo conjunto de observaciones de llegada en este caso).

También se podría optar por analizar qué ocurriría con el sistema inicialmente propuesto (con un solo servidor), si en vez de considerar la posibilidad de 2 servidores, se disminuye el tiempo de atención por cliente, supongamos a 5 minutos (supuestamente constante).

	Hora llegada	Servidor		Tiempo Libre	Serv.	Tiempo	
		Inic.	Fin			Cola	Banco
1.	9:00	9:00	9:05	0	5	0	5
2.	9:01	9:05	9:10	0	5	4	9
3.	9:05	9:10	9:15	0	5	5	10
4.	9:10	9:15	9:20	0	5	5	10
5.	9:10	9:20	9:25	0	5	10	15
6.	9:14	9:25	9:30	0	5	11	16
7.	9:23	9:30	9:35	0	5	7	12
8.	9:24	9:35	9:40	0	5	11	16
9.	9:34	9:40	9:45	0	5	6	11
10.	9:42	9:45	9:50	0	5	3	8
Total:					50	62	112

RESULTADOS

1. Observamos que sólo 20% de los clientes espera en la cola más de 10 minutos.
2. Además el 100% del tiempo el cajero está ocupado.
3. El tiempo promedio de espera en la cola es en este caso de 6.2 minutos y el tiempo promedio de permanencia en el sistema es de 11.2 minutos. Por tanto, este sistema es eficiente respecto a la atención a los clientes.

Un análisis más completo, resultaría de comparar considerando los costos de agregar un cajero y de disminuir el tiempo de servicio.

El **sistema** en el caso propuesto, es un sistema de servicio cuyos componentes son el cajero y la cola.

Las **variables** son:

VARIABLES EXÓGENAS

- Arribo de clientes.

VARIABLES DE ESTADO

- Número de clientes en el sistema.
- Uso del servicio.
- Número de clientes en la cola.

VARIABLES ENDÓGENAS

- Tiempo total desocupado del servidor.
- Tiempo promedio desocupado del servidor.
- Tiempo promedio de permanencia en la cola por cliente.
- Tiempo promedio de permanencia en el sistema.

PARÁMETROS

- Tiempo medio de atención por cliente.
- Tasa de arribos.

Son **eventos** en este sistema los arribos de clientes, el inicio y fin de servicios.

Al simular se construye una **historia de estados del sistema**, que está relacionada con la historia de eventos.

Al construir esta historia debe tomarse en cuenta el **tiempo**. En un proceso de **Simulación** se distinguen **tres tiempos**:

1. TIEMPO REAL

Es el tiempo propio del sistema que se va a simular.

2. TIEMPO SIMULADO

Es la representación del tiempo real en el modelo. Este tiempo es representado por una variable que asume valores discretos en instantes críticos que pueden coincidir o no con los instantes en que ocurren eventos.

3. TIEMPO DE EJECUCIÓN

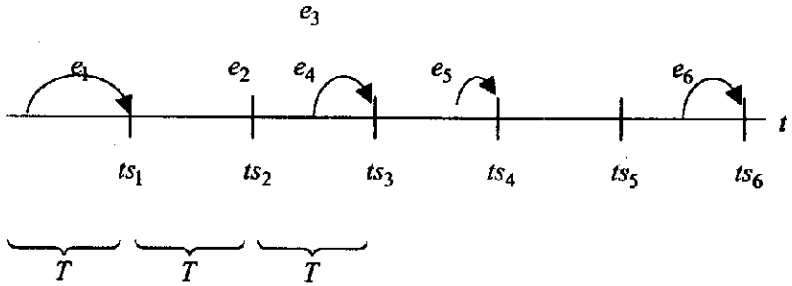
Es el tiempo utilizado en el computador para realizar el experimento de simulación.

Uno de los aspectos más importantes en la ejecución de un experimento de simulación es el método usado para avanzar el tiempo simulado:

MECANISMOS DE AVANCE DE TIEMPO

1. AVANCE DE TIEMPO POR INTERVALOS O INCREMENTO FIJO

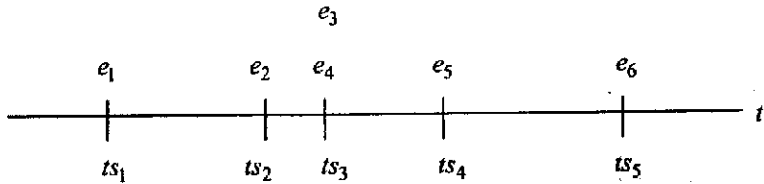
Cuando el tiempo simulado avanza en unidades o intervalos de longitud constante.



En este caso el evento es examinado y procesado en cuanto ocurre, debido a que el tiempo simulado va avanzando al valor del tiempo en que ocurre el siguiente evento.

2. AVANCE DE TIEMPO POR EVENTOS O INCREMENTO VARIABLE

Cuando el tiempo simulado avanza cada vez al instante de ocurrencia del siguiente evento.



En este caso los valores del tiempo simulado son independientes de los instantes en que ocurren los eventos. Aquí si hay varios eventos que ocurren en un mismo intervalo, son tratados en grupo como si ocurrieran en el instante de fin del intervalo.

e_i , son los instantes en que ocurren los eventos.

ts_i , son instantes del tiempo simulado.

En cualquiera de los casos el avance del tiempo simulado se registra en una variable interna denominada **RELOJ** que toma valores instantáneos denominados **tiempos de reloj**.

GENERACION DE VARIABLES ALEATORIAS

La historia de estados del sistema se produce generando valores de las variables aleatorias que son de interés en el estudio de simulación. Para generar estos valores es necesario utilizar **secuencias números aleatorios**.

Ejecutar el modelo de simulación en un computador es prácticamente trabajar con secuencias de números aleatorios, por esto se utilizan **generadores de números pseudoaleatorios**, los cuales son métodos recursivos que producen secuencias de números absolutamente determinísticas y reproducibles que sin embargo cumplen con las características estadísticas satisfechas por las series de números aleatorios.

Estas son:

1. Aleatoriedad de la secuencia.
2. Uniformidad.
3. Independencia.

GENERADORES DE NÚMEROS ALEATORIOS

Existen varios tipos de generadores, de los cuales los más usados actualmente por sus propiedades estadísticas y por las secuencias de periodos amplios y manejables que permiten generar, son los **Métodos Congruenciales Lineales**, cuya forma general es la siguiente:

$$x_{i+1} = (a x_i + c) \bmod m; \quad n \geq 0$$

donde:

x_0 = valor inicial o raíz; $x_0 \geq 0$

a = multiplicador; $a \geq 0$

c = incremento; $c \geq 0$

m = módulo; $m > x > x_0$; $m > a$; $m > c$

El más difundido de estos métodos debido a que da las secuencias que mejor cumplen las condiciones de las secuencias de números aleatorios, es el **Método Congruencial Multiplicativo**, que se obtiene haciendo $c = 0$.

Para obtener con este método una secuencia satisfactoria, con un período máximo, debe escogerse adecuadamente los valores de a , x_0 y m . Si se desea obtener una secuencia con un período grande se debe escoger un m grande, ya que la longitud del período de la secuencia no puede ser mayor que m . La elección de estos valores está en función de la longitud de palabra del computador que se utilice.

Para el **Método Congruencial Multiplicativo**:

$$x_{i+1} = (ax_n) \text{ mod } m.$$

1. $x_n = 0$, para no degenerar la secuencia.
2. x_0 y m deben ser primos entre sí.
3. a y m deben ser primos entre sí.
4. Para un computador binario se escoge:

$$m = 2^b$$

x^0 debe ser impar.

5. $a = 8t + 3$ y $a = 2^{b/2}$

t es cualquier entero positivo.

ALGORITMO

MÉTODO CONGRUENCIAL MULTIPLICATIVO

1. Escoger una raíz entera, positiva, impar, $x, x_0, > 0$.
2. Calcular $a = 2^{b/2}$, tal que:

$$0 < a < m$$

a , impar y primo con $m = 2^b$

3. Calcular $a x_0$, producto que consiste de $2b$ cifras de las que el computador descarta las b cifras más significativas y forma x_1 con las restantes.

- Calcular $r_1 = x_1/m$ para obtener un valor entre 0 y 1.
- Cada número sucesivo se obtiene de las cifras menos significativas del producto $a X_j$.

PRUEBAS ESTADÍSTICAS

Para determinar si una secuencia de números pseudoaleatorios cumple las propiedades estadísticas de las secuencias de números realmente aleatorios, debe pasar al menos 5 a 6 pruebas estadísticas, como:

1. PRUEBA DE ALEATORIEDAD (INDEPENDENCIA Y UNIFORMIDAD)

- a) Prueba Ji-cuadrado
- b) Kolmogorov-Smirnov
- c) Rachas

2. PRUEBA DE SERIES

Se aplica a pares de números contiguos para probar que no existen pares más frecuentes que otros.

3. PRUEBA DE GAPS O ESPACIOS

Se aplica para examinar la longitud del espacio entre dos ocurrencias sucesivas de números comprendidos en un intervalo determinado.

EL MÉTODO DE MONTE CARLO

Es una técnica de selección de números aleatorios a través de alguna distribución de probabilidad, para utilizarlos en un proceso de simulación a fin de generar valores de variables aleatorias.

GENERACIÓN DE PROCESOS ALEATORIOS

Por lo general son los números aleatorios uniformemente distribuidos los que se usan para generar los valores de otras variables aleatorias. Los métodos más utilizados para esto son:

1. MÉTODO DE LA TRANSFORMACIÓN INVERSA

Se basa en que tanto el valor de una variable aleatoria uniforme definida entre cero y uno y $F(x)$, función de distribución de probabilidad de cualquier variable aleatoria X , varían entre cero y uno.

Se puede establecer la relación:

$$r = F(x) = \int f(x) dx$$

$$x = F^{-1}(r)$$

De esta forma para cualquier $F(x)$ podemos generar los valores de la variable aleatoria X , a partir de una variable aleatoria uniforme $(0,1)$.

2. MÉTODO DEL RECHAZO

Se aplica a funciones continuas generalmente cuando es difícil hallar $F(x)$ o su inversa. Se supone que $f(x)$ es acotada y que tiene un rango finito.

Utiliza la información sobre la función densidad de probabilidad definida así:

$$0 \text{ si } x \leq a$$

$$f(x) = f(x) \text{ si } a \leq x \leq b; 0 \leq f(x) \leq M$$

$$0 \text{ si } x > b$$

ALGORITMO

1. $i = 0$.
2. Generar un par de números aleatorios r_j, r_{j+1} .
3. Transformar $r_j (0,1)$ en un valor $[a, b]$, mediante:

$$s = a + (b - a)r_j$$

4. Transformar $r_{i+1} (0,1)$ en un valor $(0, M)$ mediante:

$$t = M r_{i+1}$$

5. Si $t \leq f(s)$, lo cual es equivalente a:

$$M r_{i+1} \leq f(a + (b - a)r_j) .$$

se acepta $x_i = s$ como el valor aleatorio generado, en caso contrario se rechaza.

6. $i = i + 1$

GENERACION DE PROCESOS ALEATORIOS

I. DISTRIBUCIONES TEÓRICAS CONTINUAS

1. PROCESO UNIFORME

f.d.p.:

$$1/(b - a) \quad a < x < b$$

$$f(x) = 0 \quad x > b; x \leq a$$

Se presenta en casos de observaciones sujetas a errores de medición.

GENERADOR DEL PROCESO UNIFORME

$$F(x) = 1/(b-a) dx = (x-a)/(b-a); \quad a < x < b$$

$$r = F(x) = (x-a)/(b-a); \quad a < x < b$$

$$x_i = a + (b-a)r_j$$

ALGORITMO

1. $j = 1$
2. Generar r_i (0,1)
3. Hacer $x_i = a + (b-a)r_j$
4. $j = i + 1$ 2

2. GENERADOR DEL PROCESO EXPONENCIAL

$$x_i = (-1/r) \ln(1-r_i)$$

Se presenta con frecuencia en problemas de arribos y servicios en sistemas de espera.

3. GENERADOR DEL PROCESO NORMAL

MÉTODO DEL LÍMITE CENTRAL

$$x_i = ((r_i - N/2) / (N/12)^{1/2}) +$$

$N = 10$ ó $N = 12$ son los valores más adecuados.

Se presenta en problemas en los que la tasa de servicio es constante pero puede ser influenciada por fluctuaciones aleatorias debido a un conjunto de factores impredecibles.

II. DISTRIBUCIONES TEÓRICAS DISCRETAS

1. GENERADOR DEL PROCESO UNIFORME DISCRETO

$$x_i = a_1 + r_i(a_2 - a_1 + 1)$$

$$x \in [a_1, a_2]$$

2. GENERADOR DEL PROCESO POISSON

$$t_i \leq x < t_{i+1}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

se presenta relacionado con procesos exponenciales.

3. GENERADOR DEL PROCESO BINOMIAL

La variable aleatoria binomial está definida por el número de éxitos en n ensayos independientes de Bernoulli. Su distribución da la probabilidad que un evento ocurra x veces en n ensayos.

$$f(x) = p^x (1-p)^{n-x}; \quad x = 0, 1, \dots, n$$

p = probabilidad de éxito

$$E(x) = np$$

$$V(x) = np(1-p)$$

Se aplicará el método del rechazo.

a) $i = 1, j = 1$, fijar n

b) Generar r_j

c) Si $r_j > p$, se rechaza r_j como generador de éxito.

A continuación se presenta un proceso de Simulación de un sistema de espera de una estación de servicio y una cola.

I. CARACTERÍSTICAS DE OPERACIONES

A = f. d. p. del tiempo entre arribos.

B = f. d. p. del tiempo de servicio.

II. VARIABLES EXOGENAS

TA = Próximo tiempo entre arribos.

TS = Tiempo del actual servicio.

III. PARÁMETROS

E (TA) = Media del tiempo entre arribos.

V (TA) = Varianza del tiempo entre arribos.

E (TS) = Media del tiempo de servicio.

V (TS) = Varianza del tiempo de servicio.

TSIM = Tiempo a Simular.

IV. VARIABLES DE ESTADO

Q = Longitud actual de la cola.

ES = Estado de la estación (libre u ocupada).

RELOJ = Tiempo simulado.

HS = Hora o Instante del próximo arribo.

HA = Hora o Instante del servicio actual.

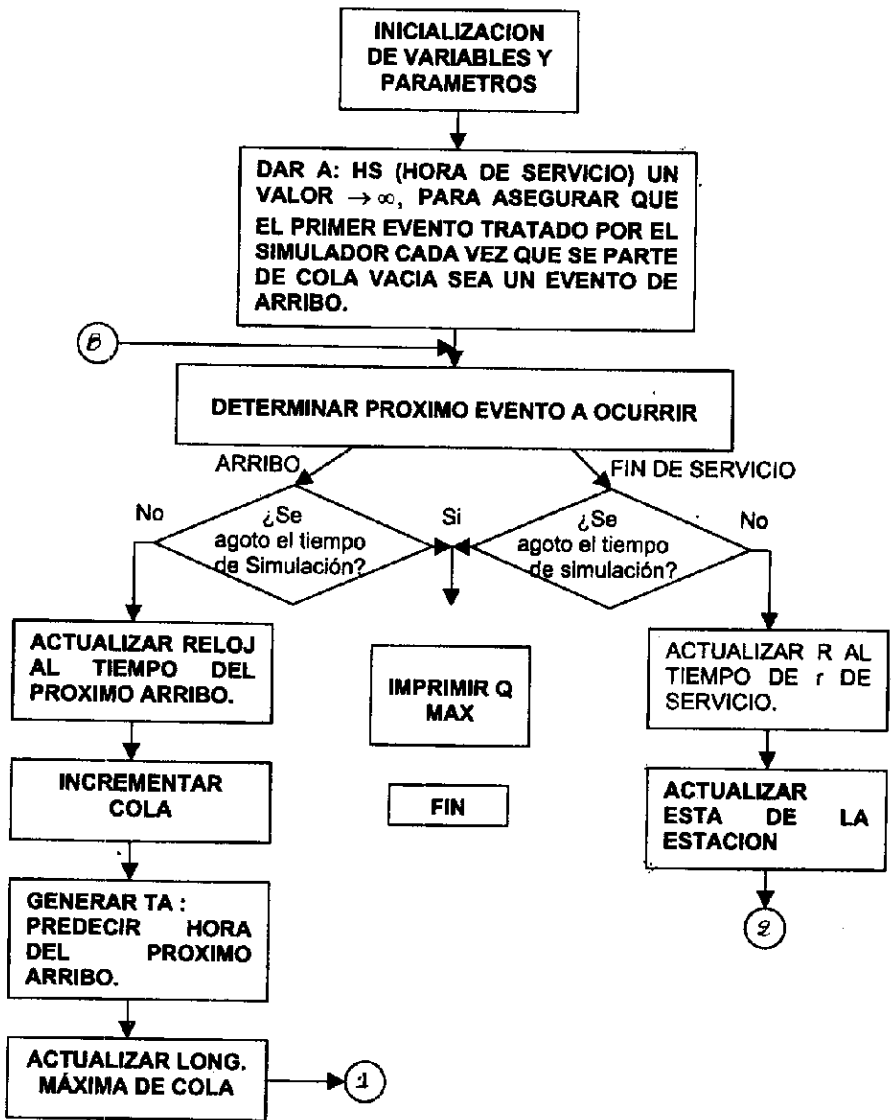
V. VARIABLES ENDOGENAS

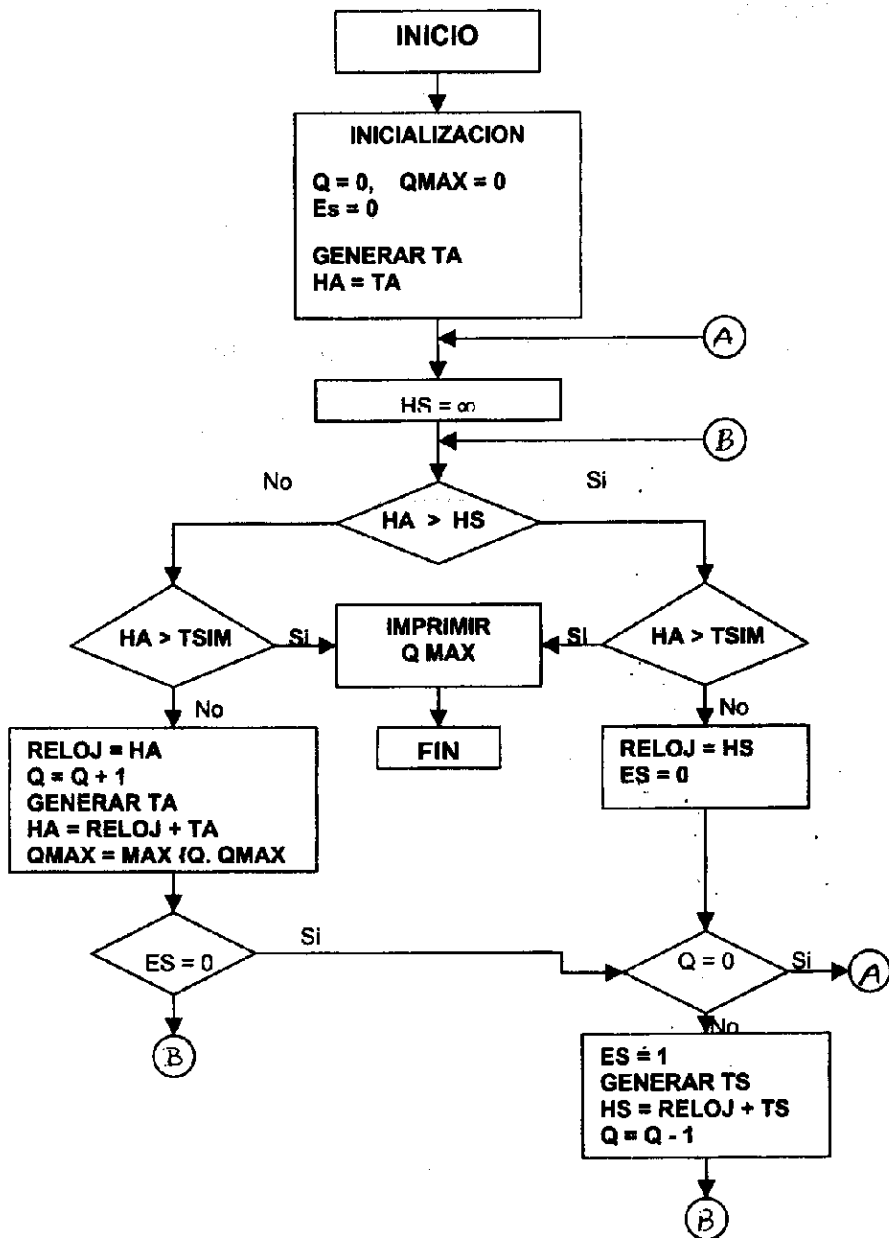
RELOJ = TSIM

QMAX = máximo [Q]

RELOJ = 0

Se avanzará el tiempo por eventos.





BIBLIOGRAFÍA

- 1. AZARABG, MOHAMED R., GARCIA E. SIMULACIÓN Y MODELOS ESTOCASTICOS. Mc. GRAW HILL-MEXICO. 1996.**
- 2. HANNON R. "SIMULACION DE SISTEMAS". TRILLAS. MÉXICO. 1998.**
- 3. SIMULACIÓN JOURNAL OF IEEE SOCIETY USA.**
- 4. MANAGEMENT SCIENCE. INFORMS SOCIETY. USA.**
- 5. OPERATIONS RESEARCH. INFORMS SOCIETY. USA.**