ARTÍCULO DE REVISIÓN

Modelos multinivel

Francisco De la Cruz[1]

INTRODUCCIÓN

En la práctica de investigación epidemiológica, así como en otras áreas, es muy común que la estructura de los individuos en estudio esté organizada en forma jerárquica, típicamente estas estructuras son naturales. Esto es, los individuos están agrupados en unidades de nivel más alto, que a su vez también pueden estar agrupadas en otras unidades. Ejemplos de estas estructuras comunes, tenemos alumnos en las clases, pacientes en hospitales, en estos casos estaríamos hablando de dos niveles de jerarquía. Otro ejemplo es un estudio de factores de riesgo para abandonar el tratamiento entre alcohólicos, en este caso los pacientes se organizan en grupos de terapia, conducidos por un terapeuta (que puede trabajar con varios grupos), que trabajan en clínicas de recuperación. Esta estructura presenta cuatro niveles de jerarquía.

La investigación multinivel tuvo sus inicios en el campo de la educación, tenemos un estudio bien conocido e influyente en niños de escuela primaria llevado a cabo a fines de los años 70 (Bennett, 1976) que pretendió que los niños expuestos al llamado estilo *formal* de la enseñanza exhibían más progreso que aquellos que no. Los datos fueron analizados usando las técnicas tradicionales de la regresión múltiple que reconocieron solamente a niños individuales como las unidades de análisis y no hicieron caso de sus agrupaciones dentro de profesores y en clases. Los resultados eran estadísticamente significativos. Posteriormente, Aitkin et al (1981) demostraron que cuando el análisis consideró correctamente agrupar los niños en clases, las diferencias significativas desaparecieron y los niños *formalmente* enseñados no demostraron ser diferentes a los otros. Este reanálisis es el primer ejemplo importante de un análisis de niveles múltiples de datos en ciencias sociales. Como hemos podido ver en educación, los estudiantes son agrupados en clases, y ambos estudiantes y clases tienen características de interés.

En la investigación de salud se tiene también una larga tradición en los estudios acerca de la variabilidad, tanto de indicadores de salud como de consumo de recursos, entre los individuos de distintos grupos o zonas geográficas, de los que se derivan relaciones más o menos evidentes entre la salud de los individuos y la zona donde habitan o entre el tratamiento recibido por los pacientes y las características del médico y/o servicio de salud donde son atendidos.

En este tipo de estudios podríamos disponer de información acerca de los individuos como de su contexto. Por tanto, podemos hablar de distintas jerarquías de la información disponible: el nivel 1 y, por otra, el nivel 2, el contexto o grupo al que pertenece el individuo.

El hecho de establecer esta jerarquía entre las distintas variables, es decir, el reconocimiento de que los distintos individuos pertenecen a distintos grupos no es gratuito pues tiene consecuencias importantes a la hora de analizar los datos. Nos cuesta reconocer que, en general, los individuos pertenecientes a un mismo contexto tenderán a ser más similares en su comportamiento entre sí que respecto a los que pertenezcan a distintos contextos. Así, las personas que viven en la misma área de salud podrían tener hábitos de vida más parecidos entre sí que respecto a personas de otra área distinta por el hecho de haber distintas culturas y/o políticas de promoción de salud en las respectivas áreas; el hecho de que una mujer sea sometida a una histerectomía puede depender de la práctica médica más o menos conservadora del servicio donde es atendida. Esta similitud entre los individuos dentro de los grupos establece una estructura de correlación intracontextual que impide el cumplimiento de la hipótesis de independencia sobre las que están basados los modelos de regresión tradicionales e invalida por tanto sus métodos de estimación, lo que se traduce en estimaciones incorrectas de los errores estándar. En los últimos años ha habido un considerable esfuerzo, en especial en la investigación educativa, para adaptar esta estructura jerárquica de los datos al marco de los modelos lineales generalizados, el resultado han sido los llamados modelos multinivel o modelos jerárquicos.

En la parte del análisis, nos podemos encontrar con un conjunto de problemas conceptuales. Si el análisis no es

[1] Estadístico epidemiólogo, investigador de la Sección Epidemiología del Instituto de Medicina Tropical “Daniel A. Carrión”, Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Lima – Perú.
Correspondencia: fcoda_es@yahoo.com.mx

muy cuidadoso en la interpretación de los resultados, podemos cometer la falacia del error del nivel, el cual consiste en analizar los datos en un nivel, y extraer conclusiones de otro nivel. Probablemente la falacia mejor conocida es la falacia ecológica, ésta pretende deducir relaciones para los individuos o nivel 1, cuando los resultados contextuales o nivel 2 no reproducen necesariamente al nivel individual. Existe otro tipo de falacia llamada falacia atomista, la cual propone las mismas asociaciones encontradas a nivel individual o nivel 1 como relaciones a nivel contextual o nivel 2.

El desarrollo de técnicas para especificar y ajustar modelos multinivel desde mediados de los años 80 ha producido una clase muy grande de modelos útiles. Estos incluyen modelos con respuestas discretas, modelos multivariantes, modelos de sobrevivencia, modelos de series de tiempo, etc. En las siguientes secciones pasaremos a explicar de forma sencilla y con ejemplos algunos métodos de mayor uso como, modelos de regresión multinivel, modelo multivariante multinivel y datos de medidas repetidas.

¿POR QUÉ EL ANÁLISIS MULTINIVEL?

Un problema multinivel concierne a una población con estructura jerárquica. Una muestra de tal población puede ser descrita como una muestra multicéntrica: primero tomamos una muestra de unidades del más alto nivel (por ejemplo hospitales), y luego muestreamos las subunidades de las unidades disponibles (pacientes dentro de los hospitales). En tales muestras, las observaciones individuales no son completamente independientes. Por ejemplo, los pacientes en el mismo hospital tienden a ser similares entre sí, ya que pueden proceder de las mismas áreas geográficas y por tanto coincidir en varios aspectos. Como un resultado, la correlación promedio (expresada en la llamada correlación intraclase) entre las variables medidas en los pacientes del mismo hospital será más alto que la correlación promedio de las variables medidas en los pacientes de los diferentes hospitales. Las pruebas estadísticas estándar se inclinan fuertemente en la suposición de independencia de las observaciones. Si esta suposición es violada (y en los datos multinivel esto es usualmente el caso) los estimadores de los errores estándares de las pruebas estadísticas convencionales son mucho más pequeñas, y estos resultados son falsamente significativos.

El problema de dependencias entre observaciones individuales también ocurre en encuestas, cuando la muestra no es tomada aleatoriamente pero el muestreo de agrupaciones de las áreas geográficas es usado en lugar de eso. Por razones similares como en el ejemplo de hospitales mencionado arriba, las respuestas de la misma área geográfica serán similares, no así las respuestas de diferentes áreas geográficas. El resultado es otra vez estimado por errores estándar que resultan muy pequeños, y los resultados son falsamente significativos. En las encuestas esto se llama efecto del diseño, y el procedimiento usual es calcular los errores estándar por métodos de análisis ordinarios, estimar la correlación intraclase entre respuestas dentro de las agrupaciones, y emplear una fórmula correcta para los errores estándares. Algunos de estos procedimientos de corrección son poco poderosos. Estas correcciones podrían también ser aplicados en análisis multinivel. Sin embargo, en los problemas multiniveles no solo tenemos agrupaciones de individuos dentro de grupos, también tenemos variables medidas en todos los niveles disponibles. Combinando variables de diferentes niveles en un modelo estadístico es un problema diferente que estimar y corregir para efectos del diseño. Los modelos multiniveles son diseñados para analizar variables de diferentes niveles simultáneamente, usando un modelo estadístico que incluye las diferentes dependencias.

EFECTOS: FIJOS O ALEATORIOS

En epidemiología, una mayor parte del tiempo estamos interesados en efectos específicos de niveles de categorías de factores de riesgo. Por ejemplo, al estudiar el estado nutricional de niños, queremos saber el efecto de la clase social sobre el índice de peso para la edad. Para esto comparamos las medias del índice de peso entre las clases de A, B, C y D, posiblemente usando análisis de varianza. Podemos también comparar niños amamantados por pecho al menos cuatro meses con los amamantados por menos tiempo, utilizando una prueba T. En ambos casos, estamos interesados en medidas específicas de cada grupo.

Supongamos que queremos estudiar la variación de un índice antropométrico entre centros de salud, no hay gran interés en comparar específicamente los índices de los centros de salud por ejemplo, San Juan de Lurigancho, Comas, Vitarte, a no ser que estos representen realidades muy bien definidas de sus localidades. De manera general, interesaría saber si existe variabilidad entre centros, independientemente de su localización. Más específicamente, un segundo paso, podríamos tentar identificar a fondo esta variación (de existir) a través de características de estos centros. Esta situación, de identificar específicamente los centros no nos interesa, nos gustaría generalizar los resultados para un conjunto más amplio de centros de salud. Como los centros de salud son muy definidos, nos interesan apenas algunas de sus características (pequeñas, medianas o grandes). En este caso, podemos ver a los centros de salud en estudio como una muestra de una población de centros de salud. O el efecto de los centros de salud, como un efecto aleatorio (en contraste con el efecto fijo de la variable clase social), medido por un parámetro que indica variabilidad entre grupos, y visto como representativo en la población de origen.

Es claro que decidir si un efecto de una variable será considerada fijo o aleatorio dependerá en gran parte del contexto o de los objetivos del estudio. En los modelos multinivel como unidades (agrupamientos) que definen los niveles, son vistos como efectos aleatorios, de esta forma, como muestras aleatorias de una población de estas unidades (como escuelas, centros de salud, domicilios, etc). Estos efectos aleatorios se traducen en un modelo de coeficientes aleatorios que van a tomar en cuenta la variabilidad entre agrupamientos, desde formas simples, a través de variabilidad a nivel del intercepto, o de formas más complejas, a través de variabilidades a niveles de inclinaciones de dos rectas.

MODELOS DE REGRESIÓN MULTINIVEL

Modelo de regresión básico de dos niveles

El modelo de regresión multinivel se ha hecho conocido en la literatura de los investigadores bajo una variedad de nombres, tales como Modelo de coeficientes aleatorios dado por Leeuw & Kreft, 1986; Longford 1993, Modelo de componentes de varianza dado por Longford 1986, Modelos lineales jerárquicos dado por Raudenbush & Bryk en 1986, 1992. Los modelos descritos anteriormente no son exactamente los mismos (especialmente cuando los cálculos detallados son considerados) pero ellos son altamente similares, y nos referimos a estos como modelos de regresión multinivel.

El modelo de regresión multinivel completo asume que hay un conjunto de datos jerárquicos, con una sola variable dependiente que es medida en el nivel más bajo y variables explicativas que existen en todos los niveles. Conceptualmente el modelo puede ser visto como un sistema jerárquico de ecuaciones de regresión.

Por ejemplo, supongamos, que la variable respuesta es el peso del nacimiento de un bebé, el predictor es la edad materna y los datos son recolectados de un número grande de unidades de maternidad localizadas en diferentes medios ambientes físicos y sociales. Podríamos esperar que las unidades de maternidad tengan diferentes pesos promedios al nacer, por eso que conocida la unidad de maternidad nos lleva alguna información del bebé. Un modelo adecuado para estos datos sería:

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_{ij} + u_j + e_{ij} \qquad (1)$$

donde hemos añadido otro índice para identificar la unidad de maternidad e incluimos un efecto de la unidad específica u_j que considera las diferencias de medias entre unidades. Si asumimos que las unidades de maternidad son muestreadas aleatoriamente de una población de unidades, entonces el efecto de la unidad específica es una variable aleatoria y (1) se convierte en un ejemplo simple de un modelo de dos niveles. Su especificación completa, asumiendo normalidad, puede ser escrita de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} y_{ij} &= \beta_0 + \beta_1 x_{ij} + u_j + e_{ij} \\ u_j &\sim N(0,\sigma_u^2),\ e_{ij} \sim N(0,\sigma_e^2) \end{aligned} \qquad (2)$$

$$\text{cov}(u_j, e_{ij})=0$$
$$\text{cov}(y_{i_1 j}, y_{i_2 j} / x_{ij}) = \sigma_u^2 \geq 0$$

donde i_1, i_2 son dos nacimientos en la misma unidad j con, en general, una covarianza positiva entre las respuestas. Esta ausencia de independencia, partiendo de estos dos orígenes de variación en diferentes niveles de los datos jerárquicos (nacimientos y unidades de maternidad) contradice la suposición del modelo lineal tradicional y nos conduce a considerar una nueva clase de modelos. El modelo (2) puede ser elaborado en un número de direcciones, incluyendo la adición de covarianzas adicionales o niveles anidados. Una dirección importante es donde el coeficiente (y algunos coeficientes adicionales) pueden tener una distribución aleatoria. Así por ejemplo la edad puede variar a través de clínicas y, con una notación fina de la generalización, podemos escribir (2) como

$$\begin{aligned} y_{ij} &= \beta_{0ij} x_{0ij} + \beta_{1j} x_{1ij} \\ \beta_{0ij} &= \beta_0 + u_{0j} + e_{0ij} \\ \beta_{1j} &= \beta_1 + u_{1j} \end{aligned} \qquad (3)$$

$$x_{0ij} = 1$$
$$\text{var}(u_{0j}) = \sigma_{u0}^2,\ \text{var}(u_{1j}) = \sigma_{u1}^2,$$
$$\text{cov}(u_{0j}u_{1j}) = \sigma_{u01},\ \text{var}(e_{0ij}) = \sigma_{e0}^2$$

Los coeficientes de la regresión β_0, β_1 son usualmente referidos como parámetros fijos del modelo y el conjunto de varianzas y covarianzas como los parámetros aleatorios. El modelo (3) es a menudo referido como un coeficiente aleatorio o modelo mixto.

Los modelos multinivel agrupan los datos de las observaciones en el mismo grupo que son generalmente similares que las observaciones de los diferentes grupos, lo cual produce la violación de la suposición de independencia de todas las observaciones. Esta ausencia de independencia puede ser expresada como un coeficiente de correlación. El modelo de regresión multinivel puede ser usado también para estimar la correlación intraclase. El modelo usado para este propósito es un modelo que no contiene variables explicativas, por eso es llamado modelo solo de intercepto. Este puede ser derivado de la ecuación (2) como sigue. Si no hay variables explicativas tanto en el bajo nivel como en el alto nivel esto se reduce a:

$$y_{ij} = \beta_0 + u_j + e_{ij} \tag{4}$$

El modelo de la ecuación (4) no explica alguna varianza, sólo descompone la varianza en dos componentes independientes: σ_e^2, el cual es la varianza del error del más bajo nivel e_{ij}, y σ_u^2, la varianza del error del nivel más alto u_j. Usando este modelo podemos estimar la correlación intra clase ρ por la ecuación:

$$\rho = \sigma_u^2 / (\sigma_u^2 + \sigma_e^2) \tag{5}$$

La correlación intra clase ρ es un estimador de la proporción de varianza explicada en la población. La ecuación (5) establece que la correlación intraclase es igual a la proporción estimada de la varianza del nivel grupo comparada con la varianza total estimada.

Modelo multivariante multinivel

Otro caso especial importante son los datos multivariantes donde la respuesta es un vector. Consideramos primero un modelo lineal multivariante de nivel único, con dos respuestas, altura y peso, medidos en una muestra de masculinos y femeninos. Para la j-ésima variable (j=0 para altura, j=1 para peso) medidos en el i-ésimo sujeto y tenemos la ecuación del modelo:

$$y_{ij} = \beta_{01} z_{1ij} + \beta_{02} z_{2ij} + \beta_{11} z_{1ij} x_j + \beta_{12} z_{2ij} x_j + u_{1j} + u_{2j}$$

$$z_{1ij} = \begin{cases} 1 altura \\ 0 peso \end{cases}, z_{2ij} = 1 - z_{1ij}, \quad x_j = \begin{cases} 1 femenino \\ 0 masculino \end{cases} \tag{6}$$

$$\text{var}(u_{1j}) = \sigma_{u1}^2, \text{var}(u_{2j}) = \sigma_{u2}^2, \ \text{cov}(u_{1j} u_{2j}) = \sigma_{u12}$$

Una parte de la matriz de datos para esta estructura podría ser:

Individuo	Respuesta	Intercepto (z)		Género (x)
		Altura	Peso	
1 (femenino)	y11	1	0	1
1	y12	0	1	1
2 (masculino)	y21	1	0	0
2	y22	0	1	0
3 (femenino)	y31	1	0	1

Por eso que en el nivel 2 tenemos las varianzas y covarianzas de altura y peso mientras no hay variación en el nivel 1 y la parte fija del modelo es definida usando las variables dummy asociada con cada respuesta. Vemos que en la matriz de datos, el tercer individuo no tiene peso medido. Especificando el modelo multivariante como en (6) podemos implícitamente ajustar los datos donde algunas respuestas son vacías, simplemente omitimos la unidad del nivel 1 correspondiente a la observación vacía. Al igual que a las diferentes técnicas multivariantes, en el tipo de modelos multiniveles también podemos utilizar, si el caso lo requiere, análisis de componentes principales, análisis discriminante, etc.

Modelos para medidas repetidas

Cuando las medidas son repetidas en los mismos sujetos, una jerarquía de dos niveles es establecida con repeticiones de medidas u ocasiones como unidades de nivel 1 y sujetos como unidades de nivel 2. Tales datos son a menudo referidos como longitudinales. Así, podemos tener medidas repetidas del peso de niños, puntuaciones de pruebas repetidas en estudiantes o entrevistas repetidas en encuestas.

Es importante para distinguir dos tipos de modelo para datos de medidas repetidas. Primero, las medidas son tratadas como covarianza antes que respuestas y será más a menudo apropiado cuando hay un número pequeño de ocasiones discretas y donde las diferentes medidas son usadas en cada una. En el segundo caso, el cual es usualmente referido como un modelo de medidas repetidas, todas las medidas son tratadas como respuestas, por ejemplo la relación entre una medida tal como altura o peso que cambia con la edad.

Si medimos el peso de una muestra de bebés después de su nacimiento sucesivas veces entonces la ocasión de repetir la medición se convierte en la unidad de más bajo nivel de una jerarquía de nivel 2 donde el bebé individual es la unidad de nivel 2. En este caso el modelo (3) podría proporcionar una descripción simple con x_{1ij} siendo tiempo o edad. En la práctica el crecimiento lineal será una descripción inadecuada y desearíamos ajustar al mínimo en una función polinomial, o quizás una función no lineal donde algunos coeficientes varían aleatoriamente a través de los bebés individualmente, que es que cada bebé tenga su propio modelo de crecimiento.

Un modelo de medidas repetidas de nivel dos

Consideraremos un conjunto de datos consistentes de medidas repetidas de las alturas de una muestra aleatoria de niños. Podemos escribir un modelo simple como:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} x_{ij} + u_j + e_{ij} \qquad (7)$$

Este modelo asume que la altura Y es linealmente relacionado con la edad X, donde cada sujeto tiene su propio intercepto y pendiente, por eso:

$$E(\beta_{0j}) = \beta_0\,,\ E(\beta_{1j}) = \beta_1$$
$$\mathrm{var}(\beta_{0j}) = \sigma_{u0}^2\,,\ \mathrm{var}(\beta_{1j}) = \sigma_{u1}^2$$
$$\mathrm{cov}(\beta_{0j}, \beta_{1j}) = \sigma_{u01}$$
$$\mathrm{var}(e_{ij}) = \sigma_e^2$$

No hay restricción en el número de edad, por eso que podemos ajustar un modelo único para sujetos los cuales pueden tener uno o algunas medidas. Podemos claramente extender (7) para incluir más variables explicativas, medidas en cualquiera del nivel ocasión, tal como tiempo de años o estado de salud, o en el nivel sujeto tal como peso al nacer o género. Podemos también extender la función básica lineal de (7) para incluir términos de orden más altos y podemos del residual del modelo nuevo de nivel 1, por eso que la varianza del nivel 1 es una función de edad.

Un ejemplo de modelo polinomial para el crecimiento del adolescente en estatura y edad de huesos juntos con la estatura adulto.

Nuestro próximo ejemplo combina el modelo de medidas repetidas de nivel 2 con un modelo multivariante para mostrar como un modelo predictivo de crecimiento general puede ser construido. Los datos consisten de 436 mediciones de la estatura de 110 niños entre la edad de 11 y 16 años junto con las medidas de su estatura como adultos y estimados de su edad de hueso en cada una de las medidas de estatura son basadas en la radiografía de la muñeca. Primero escribimos los tres componentes básicos del modelo, empezando con un modelo de medidas repetidas simple para estatura usando un polinomial de quinto grado.

$$y_{ij}^{(1)} = \sum_{h=0}^{5} \beta_h^{(1)} x_{ij}^h + \sum_{h=0}^{2} u_{hj}^{(1)} x_{ij}^h + e_{ij}^{(1)} \qquad (8)$$

donde el término de nivel 1 e_{ij} puede tener una estructura compleja, por ejemplo una varianza decreciente con incremento de edad, y el x^h_{ij} representa potencia en la edad de los niños.

La medida de la edad de hueso ya esta estandarizada, desde que la edad del hueso promedio para niños de una edad cronológica dada es igual para la edad de la población. Así modelamos la edad del hueso usando una constante total para detectar alguna salida promedio para este grupo junto con la variación entre individuos y dentro individuos:

$$y_{ij}^{(2)} = \beta_0^{(2)} + \sum_{h=0}^{1} u_{hj}^{(2)} x_{ij}^h + e_{ij}^{(2)}$$

para la estatura adulta tenemos un modelo simple con una media total y variación de nivel 2 dado. Si tenemos más que una medida de adulto en individuos, podríamos ser capaces para estimar también la variación del nivel 1 debido a las medidas de estatura adulta: en efecto errores de medidas.

$$y_j^3 = \beta_0^3 + u_{0j}^3$$

Ahora combinamos en el modelo único usando los indicadores siguientes.

$\delta_{ij}^{(1)} = 1,$ si es el período de crecimiento, o en otro caso

$\delta_{ij}^{(2)} = 1,$ si es la medida del hueso, o en otro caso

$\delta_j^{(3)} = 1,$ si es la altura de adulto, o en otro caso

$$y_{ij} = \delta_{ij}^{(1)} \Big(\sum_{h=0}^{5} \beta_h^{(1)} x_{ij}^h + \sum_{h=0}^{2} u_{hj}^{(1)} x_{ij}^h + e_{ij}^{(1)}\Big) + \delta_{ij}^{(2)} \Big(\beta_0^{(2)} + \sum_{h=0}^{1} u_{hj}^{(2)} x_{ij}^h + e_{ij}^{(2)}\Big) + \delta_j^{(3)} \big(\beta_0^{(3)} + u_{0j}^{(3)}\big)$$

En el nivel 1 es el modelo más simple, donde asumimos, que los residuales para la edad del hueso y estatura son independientes, a pesar que la dependencia pudo ser creada, por ejemplo si el modelo fue incorrectamente especificado en el nivel 2. Así la variación del nivel 1 es especificada en términos de dos términos de varianza. A pesar de que el modelo es estrictamente un modelo multivariante, porque en el nivel 1 las variables aleatorias son independientes es innecesario especificar un nivel 1 dummy con variación no aleatoria. Sin embargo, permitimos que la correlación entre estatura y edad del hueso entonces necesitaremos especificar el modelo sin variación en el nivel 1, las varianzas y covarianzas entre edad del hueso y altura en el nivel 2 y entre la variación individual en el nivel 3.

La tabla 1 muestra los parámetros aleatorios y fijos para este modelo, omitiendo los estimados para la variación entre individuos en los coeficientes cuadráticos y cúbicos de la curva de crecimiento polinomial. Vemos que hay una gran correlación entre estatura de adulto y estatura y correlaciones pequeñas entre estatura del adulto y la estatura de crecimiento y los coeficientes de la edad del hueso. Esto implica que las medidas estatura y edad del hueso pueden ser usados para hacer predicciones de la estatura del adulto. De hecho estos valores predecidos son simplemente los residuales estimados para la estatura del adulto. Para un nuevo individuo, con información disponible en una o más edades para estatura o edad del hueso, simplemente estimamos los residuales de la estatura de los adultos usando los parámetros del modelo. La tabla 2 muestra los errores estimados estándar asociados con la predicción hecha sobre la base de variación de la cantidad de variación. Es claro que el principal beneficio en eficiencia viene con el uso de la estatura con un beneficio más pequeño del aumento de la edad del hueso.

Tabla 1. Estatura para crecimiento de adolescente, edad del hueso y estatura adulta para una muestra de niños. Edad medida cerca de los 13 años. La varianza y covarianza del nivel 2 muestran la correlación en paréntesis.

Parámetro				
Fijo				
Altura Adulto				
Intercepto		174.4		
Grupo (A-B)		0.25 (0.50)		
Altura:				
Intercepto		153		
Edad		6.91 (0.20)		
$Edad^2$		0.43 (0.09)		
$Edad^3$		-0.14 (0.03)		
$Edad^4$		-0.03 (0.01)		
$Edad^5$		0.03 (0.03)		
Edad del hueso:				
Intercepto		0.21 (0.09)		
Edad		0.03 (0.03)		
Aleatorio				
Nivel 2				
	Altura Adulto	Intercepto de Altura	Edad	Intercepto de Edad del Hueso
Altura Adulto	62.5			
Intercepto de Altura	49.5 (0.85)	54.5		
Edad	1.11 (0.09)	1.14 (0.09)	2.5	
Intercepto de Edad del Hueso	0.57 (0.08)	3.00 (0.44)	0.02 (0.01)	0.85
Varianza Nivel 1				
Altura	0.89			
Edad del Hueso	0.18			

Tabla 2. Errores estándar para las predicciones de estatura para combinaciones específicas de medidas de estatura y edad del hueso.

		Altura (Edad)		
		Ninguno	11.0	11.0
Edad del Hueso				12.0
Ninguno			4.3	4.2
11.0		7.9	3.9	3.8
11.0	12.0	7.9	3.7	3.7

El método usado puede ser empleado para otras medidas, como para ser predecidos o como predictores. En particular, las covarianzas tal como tamaño de la familia o antecedentes sociales pueden ser incluidas para mejorar la predicción.

SOFTWARES

El MLwiN es un software que ha sido desarrollado desde 1980, primero como un comando de un programa basado en DOS, MLn, y desde 1998 como una versión Windows. Este software es producido por el proyecto de Modelos Multinivel basados dentro del Instituto de Educación, de la Universidad de Londres, y soporta grandemente fondos de proyecto del Consejo de Investigación Económico y Social del Reino Unido. El software ha sido desarrollado junto a los avances en metodología y con la preparación de manuales y otros materiales de entrenamiento.

Los procedimientos para ajustar modelos multinivel están ahora disponibles en algunos paquetes tales como Stata, SAS y S plus. También hay algunos paquetes con propósitos especiales los cuales fueron diseñados para una clase de datos particulares o modelos. Mixorr, para respuestas multicategorícas, HLM (Hierarchical Linear Modelling), usado ampliamente para datos educacionales.

El MLwiN tiene algunas características avanzadas particulares que no están disponibles en otros paquetes y es el más utilizado para este tipo de modelos.

VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS MODELOS MULTINIVEL

Las ventajas de usar modelos multinivel son muchas. Correctamente utilizados, estos modelos nos permiten obtener mejores estimaciones de los coeficientes de regresión y de su variación que con los modelos tradicionales. Una gran flexibilidad ofrecida por los modelos multinivel se da en términos de modelar la estructura de varianza de los datos en función de variables explicativas que nos permite analizar los datos en los cuales la varianza no es homogénea, además que explora en gran detalle el comportamiento de la variación.

Antes que se comience a ver estos modelos multinivel como un nuevo sistema de análisis, cabe señalar que existe una teoría de ellos mucho más compleja, tornándose difícil la comprensión del usuario sin una fuerte base estadística de cómo esta abordada la influencia de los resultados obtenidos. Una interpretación de estos resultados no es siempre evidente, especialmente cuando las estructuras complejas de la variación son utilizadas. Esta dificultad es ampliada por la falta de experiencia.

Otra limitación para el uso del método son los aplicativos disponibles. Algunos tipos de modelos multinivel pasan a ser ajustados con paquetes estadísticos como el SAS, los aplicativos especializados como el MLwiN son capaces de ajustar toda una gama de modelos, incluidos los más complejos. Tal vez la más importante limitante del uso de MLwiN sea la dificultad de transferencia de datos, e incapacidad de trabajar automáticamente como la falta de información (missing).

De esta forma como ocurrió con la regresión logística, un perfeccionamiento de aplicativos y una mayor disponibilidad de textos introductorios, llevará a una mayor experiencia en el uso de estos modelos, y al crecimiento del número de usuarios de está técnica.

CONCLUSIONES

Los modelos multinivel son una respuesta a la necesidad de analizar la relación entre los individuos y el medio en donde se desenvuelven; poder separar el papel de cada uno de los componentes de la compleja estructura implicada puede llevar a un mejor conocimiento de la realidad para así poder intervenir más eficientemente.

Como se dijo anteriormente los modelos multinivel ofrecen distintas ventajas respecto a los modelos tradicionales: dan una versión más realista ya que modelan cada nivel de jerarquía, no requieren la hipótesis de independencia entre las medidas de la variable resultado y también dan estimaciones más precisas. La desventaja es la mayor complejidad tanto del marco teórico como del modelo propuesto para analizar los datos, lo que conlleva una mayor dificultad en la comunicación de los resultados. De cualquier forma, la gran frecuencia con que se encuentran estructuras jerárquicas en los datos que provienen de los estudios epidemiológicos, de la investigación de servicios de salud, etc., está demandando una mayor utilización de estos modelos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Barros A. Modelos multinivel: primeros pasos. 2001. Departamento de Medicina Social de la Facultad de Medicina de la Universidad Federal de Pelotas. Rio de Janeiro, Brasil.
2. Bates D, Pinheiro J. Computational methods for multilevel modelling. Bell Labs Technical Memorandum. Disponible en http://stat.bell-labs.com/NLME/CompMulti.pdf
3. Goldstein H, Browne WJ, Rasbash J. Multilevel modelling of medical data. Statistics in Medicine. 2002;21:3291-3315. Disponible en http://www.cmm.bristol.ac.uk/team/mmmd.pdf
4. Goldstein H, Browne WJ. Multilevel factor analysis models for continuous and discrete data. En: Maydeu-Olivares A, McArdle J (ed). Contemporary Psychometrics. Filadelfia: Lawrence Erlbaum, 2005.
5. Goldstein H. Multilevel statistical models. Londres: Institute of Education, Multilevel Models Projects, 1999. Disponible en http://www.ats.ucla.edu/stat/examples/msm_goldstein/goldstein.pdf
6. Hox JJ. Applied multilevel analysis. Amsterdam: TT-Publikaties, 1995. Disponible en www.geocities.com/joophox/publist/amaboek.pdf
7. Multilevel Models Project. Disponible en www.ioe.ac.uk/multinivel
8. Plewis I. Multilevel models. Social Research Update. 1998, Issue 23. Disponible en http://sru.soc.surrey.ac.uk/SRU23.html
9. Sánchez-Cantalejo E, Ocaña-Riola R. Los modelos multinivel o la importancia de la jerarquía. Gac Sanit. 1999;13(5):391-8. Disponible en http://www.elsevier.es/revistas/ctl_servlet?_f=7064&articuloid=13008388